



Bosna i Hercegovina
Federacija Bosne i Hercegovine
SREDNJOBOSANSKI KANTON/ KANTON SREDIŠNJA BOSNA
MINISTARSTVO OBRAZOVANJA, NAUKE, MLADIH, KULTURE I SPORTA/
MINISTARSTVO OBRAZOVANJA, ZNANOSTI, MLADIH, KULTURE I ŠPORTA

KURIKULUM NASTAVNOG PREDMETA
MATEMATIKA
ZA OSNOVNE ŠKOLE I GIMNAZIJE

Travnik, maj 2025.



Bosna i Hercegovina
Federacija Bosne i Hercegovine
SREDNJOBOSANSKI KANTON/ KANTON SREDIŠNJA BOSNA
MINISTARSTVO OBRAZOVANJA, ZNANOSTI, MLADIH, KULTURE I SPORTA/
MINISTARSTVO OBRAZOVANJA, ZNANOSTI, MLADIH, KULTURE I ŠPORTA

KURIKULUM NASTAVNOG PREDMETA

MATEMATIKA

ZA OSNOVNE ŠKOLE I GIMNAZIJE

Travnik, maj 2025.

Kurikulum nastavnog predmeta Matematika za osnovne škole i gimnazije

Izdavač: Ministarstvo obrazovanja, nauke, mladih, kulture i sporta
Srednjobosanskog kantona/Ministarstvo obrazovanja, znanosti, mladih,
kulture i sporta Kantona Središnja Bosna

Za izdavača: Bojan Domić, ministar

Grupa za izradu predmetnog kurikuluma:

Edin Tabak, MA, voditelj
mr.sc. Aldijana Nuhanović, koordinatorica
Aida Kršić, prof., član
Almira Sarvan, prof., član
Sanela Kulović, prof., član
Lejla Sarajlić-Fejzić, prof., član
Samir Kovačević, prof., član
Benijandin Dedić, prof., član
Tatjana Starčević, nastavnica, član
Almira Mulabdić, nastavnica, član
Amela Bedak, nastavnica, član
Elvedin Hasanbašić, nastavnik, član

Recenzenti:

prof.dr. Hariz Agić
prof. dr. Karmelita Lipovača-Pjanić
mr. sc. Adha Arapović

Stručni tim za razvijanje, prilagodavanje i inoviranje predmetnih kurikuluma i njihovu primjenu u osnovnim i srednjim školama na području Srednjobosanskog kantona u kojima se nastavni proces realizuje na bosanskom jeziku:

Nezira Fuško, prof., voditeljica Stručnog tima
Amela Mameledžija, MA, voditeljica radne grupe
Ermina Musić, prof., član
Amar Đelilbašić, BA, član
Adis Jašarević, MA, član

Tehnička priprema i uređenje:

Pedagoški zavod Zenica
Ministarstvo obrazovanja, znanosti, kulture Srednjobosanskog kantona

**Predmetni kurikulum preuzet od strane Ministarstva za obrazovanje, nauku, kulturu i sport Zeničko-dobojskog kantona na osnovu pisane saglasnosti (akt broj: 10-34-7329/25 od 16. 04. 2025. godine)*

Sadržaj

.....	0
A/ OPIS PREDMETA	5
B/ CILJEVI UČENJA I PODUČAVANJA PREDMETA	7
C/ OBLASNA STRUKTURA PREDMETNOG KURIKULUMA	8
D/ ODGOJNO-OBRAZOVNI ISHODI.....	12
OSNOVNA ŠKOLA.....	12
1. razred osnovne škole / 2 časa sedmično/ 68 časova godišnje/.....	12
2. razred osnovne škole /4 časa sedmično/ 140 časova godišnje/.....	20
3. razred osnovne škole /4 časa sedmično/ 140 časova godišnje/.....	28
4. razred osnovne škole / 4 časa sedmično/ 140 časova godišnje/.....	36
5. razred osnovne škole / 4 časa sedmično/140 časova godišnje/.....	45
6. razred osnovne škole/4 časa sedmično/ 140 časova godišnje/.....	54
7. razred osnovne škole / 4 časa sedmično/140 časova godišnje/.....	62
8. razred osnovne škole / 4 časa sedmično/140 časova godišnje/.....	72
9. razred osnovne škole / 4 časa sedmično/132 časa godišnje/.....	82
GIMNAZIJA	90
I razred.....	90
Opća gimnazija, Matematičko - informatička gimnazija, Gimnazija informacionih tehnologija - /4 časa sedmično - 140 časova godišnje/.....	90
Filološka gimnazija - /3 časa sedmično - 105 časova godišnje/	90
II razred	98
Opća gimnazija, Matematičko - informatička gimnazija - /4 časa sedmično - 140 časova godišnje/	98
Gimnazija informacionih tehnologija, Filološka gimnazija - /3 časa sedmično - 105 časova godišnje/.....	98
III razred.....	104
Opća, Matematičko - informatička gimnazija - /4 časa sedmično - 140 časova godišnje/	104
Gimnazija informacionih tehnologija - /3 časa sedmično - 105 časova godišnje/	104
Filološka gimnazija - /2 časa sedmično - 70 časova godišnje/	104
IV razred.....	110
Matematičko informatička gimnazija, Gimnazija informacionih tehnologija - /4 časa sedmično - 120 časova godišnje/.....	110
Opća gimnazija - /3 časa sedmično - 90 časova godišnje/.....	110
Filološka gimnazija - /2 časa sedmično - 60 časova godišnje/	110
Obavezno izborno područje - /2 časa sedmično - 60 časova godišnje/	110

E/UČENJE I PODUČAVANJE.....	118
F/VREDNOVANJE U PREDMETNOM KURIKULUMU	122
G/PROFIL I STRUČNA SPREMA NASTAVNIKA	125
1. OSNOVNA ŠKOLA.....	125
a) Razredna nastava	125
b) Predmetna nastava	125
2. GIMNAZIJA	126

A/ OPIS PREDMETA

Nastava matematike od njenih prapočetaka, a posebno danas, u vremenu naučnog i tehničkotehnološkog razvoja, masovne kompjuterizacije i digitalizacije ima ključni značaj u odgoju i obrazovanju mladih generacija u njihovim pripremama za budući život i rad. Proučavanje matematike doprinosi sposobnosti uočavanja uzročno posljedičnih veza, preciznosti u izražavanju, strogosti u rasuđivanju, zaključivanju, logičkom razmišljanju te kao takvo pomaže u cjelokupnom intelektualnom i duhovnom razvoju mladih osoba. Ona obuhvata matematičko zaključivanje i primjenu matematičkih pojmova, postupaka, tvrdnji i alata potrebnih za opisivanje, objašnjavanje i predviđanje pojava i događaja.

Podučavanje i učenje Matematike ostvaruje se kroz kontinuirano povezivanje matematičkih procesa i oblasti, te kao takvo učenicima omogućava sticanje matematičkih znanja i vještina, izgradnju ličnih stavova, pruža priliku da budu kreativni i pokreće racionalne misaone procese. Na taj način se potiče matematički pristup razmišljanju koji vodi povezivanju znanja iz matematike i drugih obrazovnih područja u nove strukture znanja koje se primjenjuju u svakodnevnom životu.

Dakle, svrha predmeta Matematika je da korištenjem savremenih metoda i alata omogućiti mladom čovjeku ovladavanje specifičnim matematičkim i ključnim kompetencijama neophodnim za kritičko razmišljanje, uspješno rješavanje problema te prilagođavanju novim životnim situacijama kako bi postigao potpuni lični potencijal.

U kontekstu razvoja ključnih kompetencija za cjeloživotno učenje nastavni predmet Matematika prevashodno razvija ključnu kompetenciju matematička pismenost. Važno je istaći da se nastavom matematike u korelaciji sa drugim nastavnim predmetima paralelno razvijaju i ostale ključne kompetencije kao što su jezičko-komunikacijska kompetencija na maternjem jeziku, kompetencija u nauci i tehnologiji, učiti kako se uči, informatička te kreativno-produktivna kompetencija.

Odabirom i rješavanjem odgovarajućih zadataka, matematičku pismenost razvijamo i kroz obrazovna područja: jezik i komunikacija, ljudi i društvo, nove tehnologije i digitalizacija, priroda i geografija, kreativnost i dizajn te zdravlje i sport.

Razumijevanje matematičkih pojmova i postupaka, primjena matematike pri objašnjavanju i opisivanju stvarnih događaja i pojava, upotreba matematičkog jezika, formula, modela, konstrukcija, grafikona/dijagrama i komuniciranje u matematici predstavljaju predmetno-specifične kompetencije koje se kod učenika razvijaju izučavanjem matematike. Kombinovanje navedene četiri predmetno-specifične kompetencije doprinosi sveobuhvatnom razvoju matematičke pismenosti.

Matematička znanja su često preduvjet za proučavanje pojava i zakonitosti u raznim nastavnim predmetima kao što je npr. STEM grupa predmeta (fizika, hemija, biologija, geografija, osnovi tehnike, tehnička kultura, informatika, matematika), filozofija sa logikom, ekonomija, likovna kultura, muzička kultura, moja okolina,... Matematika omogućava preciznije formulisanje, kako uočenih pojava tako i dobivenih rezultata te više služi kao alat koji se koristi u drugim nastavnim predmetima nego što iz njih crpi sadržaje.

Matematika pripada matematičkom odgojno-obrazovnom području koje je jedno od osam područja definisanih Zajedničkom jezgrom nastavnih planova i programa definisanih na ishodima učenja.

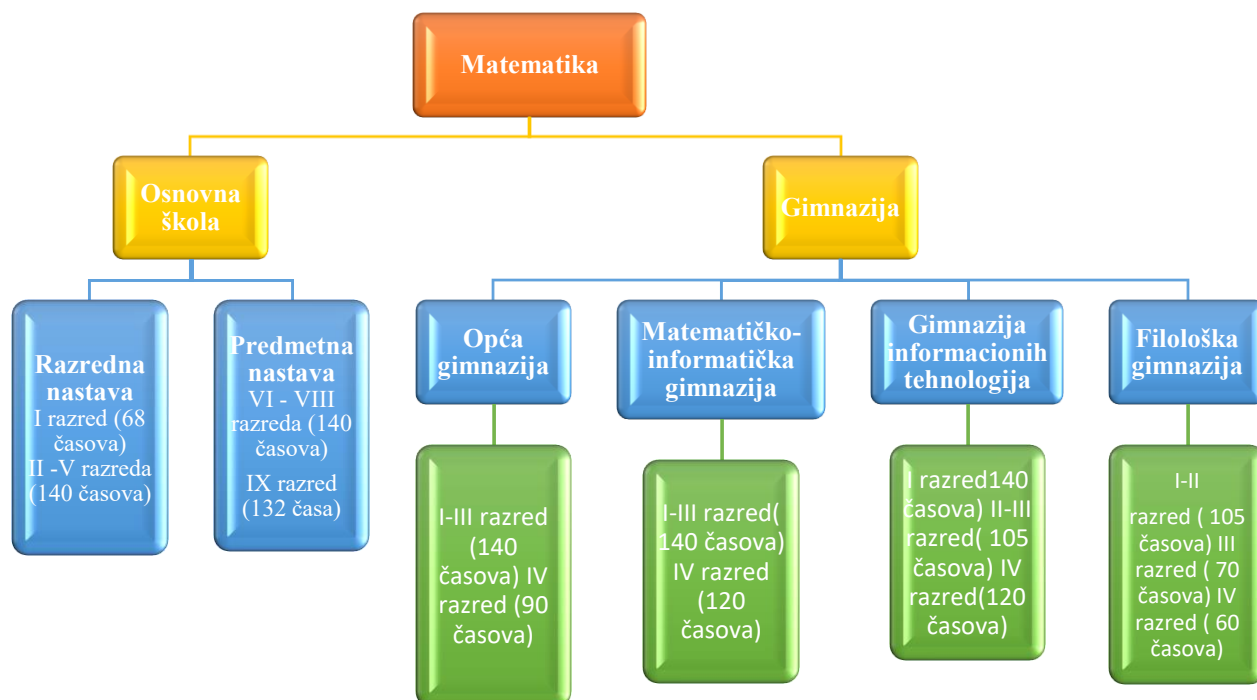
Učenje i podučavanje u predmetu Matematika treba da se temelji na već postojećem znanju, koje se proširuje prema uzrastu učenika i individualnim sposobnostima svakog pojedinca.

Aktivno i odgovorno učešće učenika u sticanju matematičkih znanja će uz korištenje savremenih metoda i oblika rada matematiku približiti učenicima na način da uvide njenu korisnost i primjenu u mnogim životnim situacijama.

Široka primjena matematike u mnogim oblastima ljudskog djelovanja i osnovna uloga nastave matematike u razvoju intelektualnih sposobnosti učenika čine je jednim od najznačajnijih nastavnih predmeta u školskom općem obrazovanju i odgoju.

Matematika je obavezan nastavni predmet koji se izučava tokom cijele osnovne škole, počevši od prvog razreda, te se nastavlja kroz sve godine gimnazijskog obrazovanja i odgoja.

Ovaj nastavni predmet se u IV razredu opće gimnazije može izučavati dodatna 2 časa sedmično (60 časova godišnje), ako se učenik opredjeli za izučavanje ovog nastavnog predmeta u okviru obaveznog izbornog područja (OIP).



Grafikon 1: Godišnji fond nastavnih časova u predmetnom kurikulumu Matematika

B/ CILJEVI UČENJA I PODUČAVANJA PREDMETA

1.Ovladavanje matematičkim znanjima i vještinama

Razumijevanje i usvajanje osnovnih matematičkih pojmova i činjenica, njihovo povezivanje i provođenje odgovarajućih matematičkih postupaka uz korištenje adekvatnih tehničkih i tehnoloških pomagala.

2.Razvijanje matematičkog razmišljanja i komunikacijskih vještina u matematici

Podsticanje učenika na logičko i kreativno razmišljanje, analizu i rješavanje problema, te ispravno izražavanje matematičkih ideja, argumentiranje i interpretiranje, koristeći se univerzalnom matematičkom terminologijom i simbolima.

3.Primjena matematičkog znanja i vještina

Razvijanje sposobnosti primjene matematičkih znanja i vještina na rješavanju jednostavnih i složenih problema, proisteklih iz poznatih i novih situacija, podsticanje u istrajnosti traženja rješenja i njegovoj interpretaciji.

4.Razvijanje pozitivnog stava prema matematici

Podsticanje učenika da cijene i uživaju u učenju matematike, prepoznavajući njenu važnost u razvijanju pozitivnih osobina ličnosti, u svakodnevnom životu i različitim karijerama i da prepoznaju njen doprinos razvoju društva kroz prošlost i savremeno doba.

C/ OBLASNA STRUKTURA PREDMETNOG KURIKULUMA

Matematika je ključna naučna disciplina koja razvija logičko i analitičko mišljenje, rješavanje problema i primjenu stečenih znanja u svakodnevnom životu. Nastava matematike u osnovnim i srednjim školama zasnovana je na Zajedničkoj jezgri nastavnih planova i programa i strukturirana je kroz četiri glavne oblasti:

- 1. Skupovi, brojevi i operacije**
- 2. Algebra**
- 3. Geometrija i mjerenja**
- 4. Podaci i vjerovatnoća**

Svaka od ovih oblasti obuhvata specifične matematičke koncepte i vještine koje se postepeno nadograđuju, omogućavajući učenicima da razvijaju matematičku pismenost i sposobnost kritičkog mišljenja.

Oblasne strukture matematike omogućavaju učenicima da postepeno razvijaju matematičke vještine kroz sistematsko usvajanje koncepata i njihovih primjena. Ove četiri oblasti međusobno su povezane i čine osnovu matematičkog obrazovanja, pripremajući učenike za izazove savremenog društva i buduće karijere u STEM oblastima.

A. Skupovi, brojevi i operacije

Oblast Skupovi, brojevi i operacije predstavljaju temelj matematičke pismenosti. Bliska povezanost ove oblasti sa ostalim posljedicama je primjene brojeva u svim područjima ljudske djelatnosti, što je ujedno povezuje s ostalim područjima kurikuluma i svakodnevnim životom. Postepeno formiranje apstraktnih pojmova kao što su broj, brojevni sistem i skup, te razvijanje vještina izvođenja aritmetičkih postupaka, postiže se izučavanjem ove oblasti.

Formiranjem pojma prirodnog broja i skupa prirodnih brojeva, uz primjenu osnovnih računskih operacija, učenici otkrivaju potrebu proširivanja tog skupa. Postepeno se upoznaju skupovi cijelih, racionalnih, iracionalnih, realnih i skup kompleksnih brojeva. Analiziraju se i tumače osobine i odnosi među brojevima, primjenjuju se različiti načini zapisivanja i prikazivanja brojeva te usvajaju i upotrebljavaju sve složenije računske operacije. Vještine usmenog i pismenog računanja se postupno razvijaju uz upotrebu osnovnih osobina i međusobnih veza računskih operacija. To ujedno doprinosi razvijanju vještina djelotvornog i sigurnog računanja. Matematičke probleme i probleme iz svakodnevnog života moguće je riješiti izvođenjem odgovarajućih aritmetičkih postupaka, predviđanjem rezultata i procjenom smislenosti rezultata uz mogućnost upotrebe različitih metoda i računarske tehnologije u svrhu efikasnosti i tačnosti.

Ova oblast obuhvata dvije komponente i to :

- 1. Skupovi, brojevi i brojevni sistemi;**
- 2. Računske operacije.**

B. Algebra

Algebra je ujedinjujuća nit gotovo svih područja matematike. Njome modelujemo određene probleme iz realnog svijeta i rješavamo ih pomoću algebarskih zakonitosti. Čini osnovu za učenje matematičkog jezika proučavajući pravilnosti i koristeći simbole umjesto brojeva. Zbog toga algebra uveliko pomaže pri rješavanju zadataka koji obuhvataju: opisivanje pravilnosti u kojima slova i simboli predstavljaju brojeve, količine i operacije; uočavanje nepoznatih i rješavanje jednačina i nejednačina pomoću odgovarajućih algebarskih zakonitosti; područje koje se bavi algebarskim strukturama ili skupovima u kojima je definisana jedna ili više operacija pomoću kojih se elementi skupa kombinuju u nove elemente istog skupa. Jezikom Algebre učenici: opisuju, definišu, tumače uzorke, odnose i funkcije, analiziraju matematičke situacije i strukture korištenjem algebarskih simbola, koriste matematičke modele za predstavljanje i razumijevanje kvantitativnih odnosa i tumače ih u datom kontekstu.

Ova oblast obuhvata tri komponente:

- 1. Algebarski izrazi, funkcije, proporcije i primjena;**
- 2. Jednačine, nejednačine i njihovo predstavljanje;**
- 3. Elementi logike.**

C. Geometrija i mjerenja

Geometrija je oblast matematike koja se bavi proučavanjem osobina i međusobnih odnosa prostornih oblika tj. geometrijskih tijela, geometrijskih likova, linija i tačaka. Kao oblast matematike, geometrija se veže sa svim granama matematike i ima važnu ulogu u svakodnevnom životu. Izučavanje geometrijskih oblika te njihovo zapažanje u prostoru oko nas povoljno utiče na razvoj geometrijskog mišljenja i sposobnost vizuelizacije koji su bitni za razumijevanje matematike kao i ostalih nastavnih predmeta. Geometrija nudi mogućnosti za razvoj različitih oblika zaključivanja kroz mnoštvo zanimljivih, vizuelnih i mjerljivih geometrijskih veza. Izometrijske transformacije su preslikavanja koja čuvaju podudarnost. Susrećemo ih u svakodnevnom životu (hodanje, kretanje lifta, obrtanje Zemlje oko svoje ose, i dr.). Mjerenje je postupak određivanja vrijednosti neke mjerne veličine. Direktnim mjerenjem upoređuje se mjerena veličina s istovrsnom uporednom veličinom, takozvanom mjernom jedinicom.

Oblast geometrije obuhvata dvije komponente

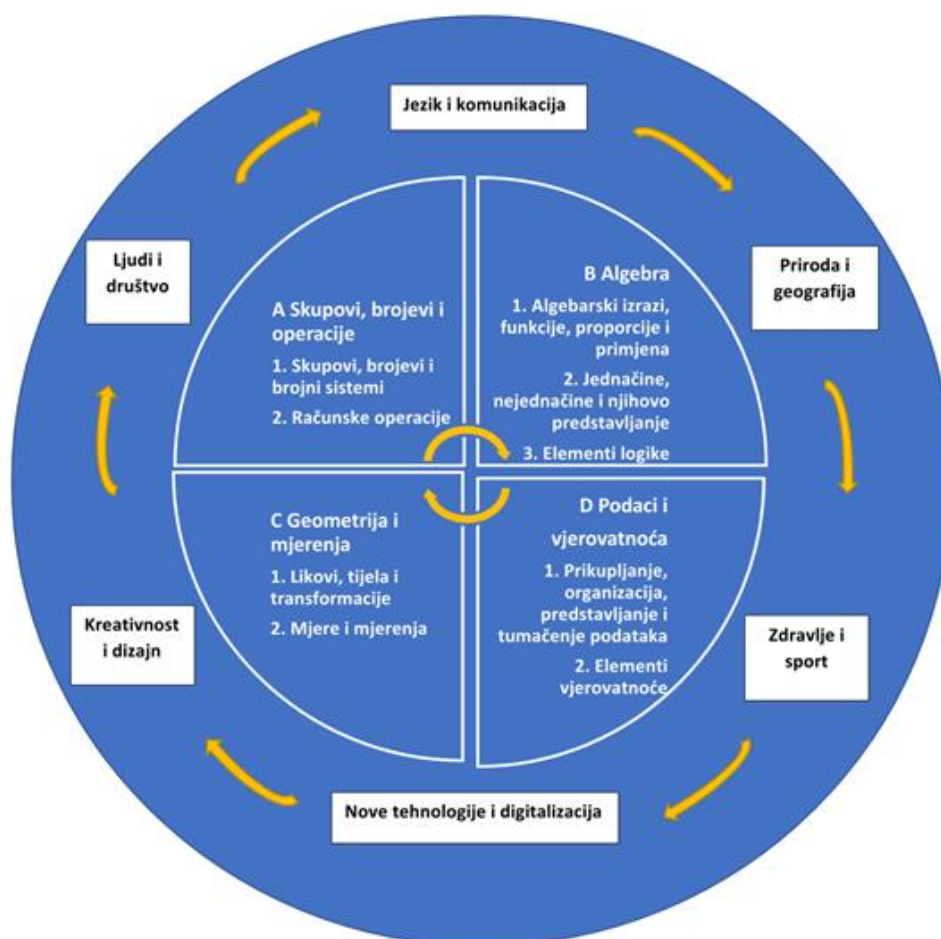
- 1. Figure u ravni i prostoru (likovi i tijela), transformacije;**
- 2. Mjere i mjerenja.**

D. Podaci i vjerovatnoća

Sadržaji iz oblasti Podaci i vjerovatnoća uvode se postupno, te se polahko grade veze sa sadržajima ostalih matematičkih oblasti. Učenici prepoznaju relevantne podatke, analiziraju ih i predstavljaju na najefikasniji način, po mogućnosti uz korištenje savremenih računarskih alata. Nakon uočavanja veza između podataka i posmatrajući učestalost pojavljivanja, dolazi se do pojma vjerovatnoće. Koristeći eksperimentalni i teorijski pristup, učenici postupno razvijaju sofisticiraniju sposobnost kritičke procjene podataka, s ciljem prognoze događaja i razvijanja intuicije u donošenju odluka u različitim oblastima.

Ova oblast obuhvata dvije komponente:

1. Prikupljanje, organizacija, predstavljanje i tumačenje podataka;
2. Elementi vjerovatnoće.



Grafikon 2: Oblasna struktura predmetnog kurikuluma Matematika

U nastavku slijedi dio koji se odnosi na odgojno-obrazovne ishode koji su okosnica predmetnog kurikuluma Matematika i razrađeni su za svaku od četiri oblasti (domene) na kojima se temelji: A/ Skupovi, brojevi i operacije, B/ Algebra, C/ Geometrija i mjerenja i D/ Podaci i vjerovatnoća.

Odgojno-obrazovni ishodi pomažu nastavnicima u praćenju napretka učenika i u vrednovanju učeničkih postignuća. Tokom pripremanja procesa učenja i podučavanja nastavnik treba povezati odgojno-obrazovne ishode sa sadržajima navedenim u kurikulumu i metodama podučavanja.

U tabelama su odgojno-obrazovni ishodi označeni šiframa. Skraćenice poput A.8.1. ili B.9.2. i sl. označavaju redom: oblast kojoj ishod pripada (A/ Brojevi, skupovi i operacije, B/ Algebra, C/ Geometrija i mjerenja, D/ Podaci i vjerovatnoća), godinu podučavanja predmeta (1. prvi razred, 2. drugi razred, 3. treći razred, 4. četvrti razred, 5. razred, 6. razred, 7. razred, 8. razred, 9. deveti razred u osnovnoj školi, I- prvi razred, II- drugi razred, III- treći razred i IV- četvrti razred u gimnaziji), te redni broj odgojno-obrazovnog ishoda koji se podučava u sklopu navedene oblasti (1.- prvi ishod, 2. - drugi ishod i dalje).

Skraćenice MTP-1.1.2. ili MTP-2.3.1. označavaju poveznice sa Zajedničkom jezgrom nastavnih planova i programa za matematičko područje definiranoj na ishodima učenja, odakle su ishodi dijelom ili u potpunosti preuzeti.

Pojedini ishodi učenja se ostvaruju realizacijom sadržaja iz više oblasti matematike (unutarpredmetna korelacija), a i u korelaciji sa sadržajima drugih nastavnih predmeta (međupredmetna korelacija).

D/ ODGOJNO-OBRAZOVNI ISHODI

OSNOVNA ŠKOLA

1. razred osnovne škole / 2 časa sedmično/ 68 časova godišnje/

Oblast: A/ Skupovi, brojevi i operacije	
Ishod učenja	Razrada ishoda
A.1.1. Prikazuje skupove grafički prema zadanom zahtjevu.	• Prepoznaje i imenuje elemente skupa, označava skupove. • Predstavlja skup crtežom i oblikuje skup sa zadatim elementima. • Izdvaja podskupove unutar skupa, određuje pripadnost/nepripadnost skupu. • Pridružuje elemente skupu i određuje brojnost skupa.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.1
Ključni sadržaji	
• Primjeri skupova i označavanje. • Članovi (elementi) skupa. • Pripadnost elemenata skupu i pridruživanje elemenata dvaju skupova. • Brojnost skupa.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Nastavnici trebaju imati u vidu da učenik može usvojiti pojam prirodnog broja uočavajući objekte – skupove i razumijevajući osobinu tih objekata – brojnost elemenata u skupovima. Puno je teže shvatiti razliku između skupa i njegovog pojma brojnosti, nego razliku između skupa i njegovih kvalitativnih obilježja kao što su boja, oblik, raspored elemenata i sl. Kvalitativne osobine se upoznaju perceptivnim putem, a brojnost isključivo misaonim aktivnostima. Pridruživanje elemenata skupa može se izvoditi tako da se povezuju dva elementa prema nekoj zajedničkoj osobini, da se pridružuju isti elementi sa traženom osobinom i sl. U pridruživanju je potrebno izabrati članove skupa s traženom osobinom, a odbaciti one elemente koji je nemaju npr. ovaj je predmet plav, a ovaj ne; ovaj predmet ima oblik kvadra, a ovaj ne; ovi skupovi imaju jednako elementa, ovi štapići imaju jednaku dužinu i sl. Pridruživanjem učenici ujedno uče pravilno upotrebljavati matematički jezik. Razvrstavanje je složenija aktivnost u kojoj se neki skup rastavlja na podskupove sa zajedničkim osobinama (boja, veličina, oblik, brojnost i sl.) i tu je veoma važno da učenici razumiju pravilo po kojem se elementi razvrstavaju. Može se desiti i da npr. predmete nekog skupa treba razvrstati po jednoj ili više osobina. Aktivnost sparivanja („jedan na jedan“) se koristi kod kvantitativnih uporedbi (čega ima više, učenika ili stolica?) i veoma je važna za razumijevanje brojeva. Upoređujući dva skupa ne moramo brojati njihove elemente, već ih sparujemo. Na taj način postepeno izgrađujemo pojmove <i>više</i>, <i>manje</i>, <i>jednako</i> (npr. „Više je stolica ...“). Nakon upoređivanja skupova konkretnih predmeta, svakome se skupu pridružuje broj koji prikazuje koliko članova ima, pa se dalje ti brojevi upoređuju. Važno je uočiti da se količine upoređuju riječima: <i>više</i> – <i>manje</i>, dok se brojevi upoređuju riječima: <i>veći</i> – <i>manji</i>.	

A.1.2. Opisuje i prikazuje količine i redosljed brojeva do 10.	• Čita i zapisuje prirodne brojeve do 10 i broj 0. • Predstavlja i upoređuje brojeve do 10 na brojevnoj polupravoj. • Koristi redne brojeve od 1. do 10. • Razlikuje prethodnika i sljedbenika broja. • Razlikuje rastući i opadajući brojni niz. • Razlikuje broj od cifre i brojevnice riječi, te ih koristi u komunikaciji. • Koristi slovo kao simbol za broj.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.2
Ključni sadržaji	
• Brojevi od 1 do 5. • Upoređivanje brojeva (<, >, =, ≠). • Prethodnik i sljedbenik broja • Rastući i opadajući brojevni niz (predstavljanje brojeva na brojevnoj polupravoj -liniji). • Redni brojevi od 1. do 5. • Broj 0. • Brojevi od 6 do 9. • Broj 10. • Redni brojevi od 1. do 10.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Važno je da učenici na stvarnim objektima spoznaju pojam broja (npr. pridruživanje 1-1) kako se brojanje ne bi svelo na mehaničko izgovaranje brojevnih riječi bez razumijevanja njihovih značenja. Brojeve mogu prikazivati i crtežima (u početku pripremljenim ilustracijama). Nastavnik će pomoću konkretnih predmeta kod učenika razviti svijest da svaki sljedeći broj nastaje dodavanjem broja 1 prethodnom broju. Na brojevnoj liniji spoznat će prethodnik i sljedbenik (broj neposredno ispred i neposredno iza) određenoga broja te brojeve koji se nalaze između pojedinih brojeva. Uočiti da se brojevi upoređuju riječima veći i manji. Odnos brojeva u početku zapisivati riječima „veći od“, „je manje od“ i „jednako je“, a zatim učenike upoznati sa matematičkim znakovima <, >, = i ≠ koji se pišu između brojeva, a ne između ilustracija. Postepeno se usvaja brojanje unaprijed i unazad (redom i od zadanoga broja- rastući i opadajući niz). Postupno upoznati cifre pomoću kojih se pišu brojevi (od 0 do 9) koristeći skupove, slike, modele i matematičke znakove. Broj zapisivati cifrom i brojevnim riječi. Deseticu možemo prikazati različitim skupovima od deset jedinica. Na konkretnim primjerima odrediti mjesto predmeta u redu ili nizu postavljajući pitanja „Koji po redu?“ i „Koliko ih ima?“ kako bi učenici razumjeli razliku između rednih i glavnih brojeva i pravilno ih zapisivali, čitali i upotrebljavali. Preporučuje se s učenicima, već od prvog razreda, uvježbavati nastavljanje niza prema zadanom pravilu. Poželjno je uvježbavati kreiranje različitih nizova, a ne samo brojevnih nizova.	
A.1.3. Koristi simbole, različite prikaze i relacije među brojevima do 10.	• Izvodi računske operacije sabiranja i oduzimanja u skupu brojeva do 10. • Primjenjuje osobine i povezanost računskih operacija sabiranja i oduzimanja brojeva do 10. • Koristi računske operacije za rješavanje zadataka iz svakodnevnog života.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.2.1
Ključni sadržaji	
• Brojevi do 5. • Sabiranje (zbiranje) i oduzimanje brojeva do 5 . • Broj 10. • Broj nula 0. • Sabiranje i oduzimanje u skupu brojeva do 10.	

Preporuke za ostvarenje ishoda
Povezati sabiranje brojeva s riječima „više od“ ili „za toliko više“, a oduzimanje s riječima „manje od“, „za toliko manje“. Učenici povezuju račun i rješenje s riječima „je“, „jednako“, „jednako je“ ili „je jednako“, a zatim prelaze na matematički zapis u kojem koriste znakove $+$, $-$ i $=$, ističući značenje znaka $=$ koji prikazuje jednakost lijeve i desne strane. Prikazivanje sabiranja i oduzimanja na brojevnoj liniji započinje dodavanjem ili oduzimanjem broja 1. Osposobiti učenike da sa razumijevanjem, sa zapisivanjem i bez zapisivanja, usmeno rješavaju različite vrste matematičkih zadataka sabiranja i oduzimanja brojeva do 10 te da do nivoa automatizma savladaju nadopunu desetice ($4+x=10$, $3+4+x=10$, $2+1+3+x=10$) i savladaju usmeno sabiranje i oduzimanje brojeva do 10. Preko konkretnih primjera navesti učenike na zaključak da se zbir neće promijeniti ako sabirci zamijene mjesta te da su sabiranje i oduzimanje suprotne računske operacije. Vezu između sabiranja i oduzimanja učenici koriste kada je jedan broj u jednakosti nepoznat, odnosno prikazan kvadratićem i uočavaju da suprotnom računskom radnjom mogu provjeriti rezultat računanja. Također, u prvom razredu pri obradi zbira brojeva se preporučuje povezivati vrijednost broja s njegovim različitim zapisima koristeći se znakom jednakosti (npr. $9 = 4 + 5$, $3 + 6 = 9$, ..., $1 + 3 + 5 = 9$, ...). Ukoliko učenici pokazuju interes i visoke sposobnosti za matematiku, nastavnici sa istima mogu proširiti brojni niz do 20 i raditi računske operacije u skupu prirodnih brojeva do 20.

Oblast: B/ Algebra	
Ishod učenja	Razrada ishoda
B.1.1. Koristi algebarske simbole za prikazivanje matematičkih situacija.	- Povezuje količinu i broj. - Upoređuje brojeve po veličini uz korištenje matematičkih simbola. - Koristi matematičke simbole ($>$, $=$, $<$, $\neq$, $+$, $-$) pri zapisivanju matematičkih izraza.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1 MTP-2.1.2
Ključni sadržaji	
- Upoređivanje brojeva (znakovi $>$, $=$, $<$, $\neq$, $+$, $-$). - Sabiranje i oduzimanje brojeva do 10. - Zamjena mjesta sabiraka (komutativnost).	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Uvod u matematičku pismenost ostvaruje se pomoću konkretnog materijala, primjera iz okruženja i kroz igru, koriste se riječi „veće“, „manje“, „jednako“, „nije jednako, tj. različito“ i uvode oznake $<$, $>$, $=$ i $\neq$. Povezuje se riječ <i>sabiranje</i> sa riječi <i>više</i> kroz praktične aktivnosti dodavanja, spajanja i grupisanja i riječ <i>oduzimanje</i> sa riječi <i>manje</i> kroz praktične aktivnosti smanjenja, oduzimanja i odvajanja. Prije prelaska na matematički zapis učenici povezuju račun i rješenje s izrazima „je“ i „jednako je“. Kada je u potpunosti jasan proces imenovanja i povezivanja, prelazi se na matematički zapis u kojem se koriste znakovi $+$ (više, plus), $-$ (manje, minus) i $=$ (je, jednako je). Isticati da znak $=$ pokazuje jednakost desne i lijeve strane, te da možemo pisati $2 + 3 = 5$ ali i $5 = 2 + 3$. Svojstvo komutativnosti učenici uočavaju na konkretnim primjerima. Nastavnik treba da svakodnevno imenuje članove izraza i usmjerava učenike da prihvataju i koriste te izraze. Ukoliko učenici pokazuju interes i visoke sposobnosti za matematiku, nastavnici sa istima mogu proširiti brojni niz do 20 i raditi računske operacije u skupu prirodnih brojeva do 20.	
B.1.2. Rješava različite tipove matematičkih zadataka i primjenjuje matematičke zakonitosti.	- Sabira i oduzima brojeve u skupu do 10 i koristi se stečenim znanjima u rješavanju različitih tipova zadataka i problemskih situacija iz svakodnevnog života. - Primjenjuje osobinu komutativnosti prilikom sabiranja.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1 MTP-2.1.2

Ključni sadržaji	
• Upoređivanje brojeva (znakovi $>$, $=$, $<$, $\neq$, $+$, $-$). • Sabiranje i oduzimanje brojeva do 10. • Zamjena mjesta sabiraka (komutativnost).	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Ovaj ishod objedinjuje učenikovo znanje o brojevima, matematičkim znakovima i zakonitostima. Uz postepeno usvajanje matematičkih znanja i vještina kod učenika se razvijaju matematički procesi koji će se ovim ishodom produbiti. Učenici će rješavati različite tipove računskih zadataka i problemske situacije iz svakodnevnog života, upoznati sastav (tekstualnog) problema i razlikovati: tekst (poznate podatke, nepoznate podatke) i pitanje. Učenici se uvode u postupak rješavanja tekstualnih zadataka i problemskih situacija (čita zadatak, razumije pročitano, analizira zadatak, traži ključne riječi, postavlja izraz, računa, sastavlja i piše odgovor). Sadržaj tekstualnih zadataka povezati sa predmetima Moja okolina i Bosanski jezik i književnost. Napomena: ovaj ishod se dodatno ostvaruje kroz ishod A.1.3. oblasti Algebra.	
B.1.3. Dopunjava jednakost brojem, rješava elementarne jednačine i brojeve nejednakosti.	• Dopunjava broj ili znak u jednakosti ($4+ _ = 9$; $6=3 \times 3$). • Upisuje znak ili broj u nejednakosti ($3+6 \circ 10$, $10 > 2+ _$). • Primjenjuje vezu sabiranja i oduzimanja. • Koristi prazan kvadratić kao oznaku za broj. • Određuje veće ili manje brojeve od zadanog broja u nejednačini i nejednakosti. • Provjerava tačnost nejednačne upoređivanjem brojeva.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.2.1
Ključni sadržaji	
• Sabiranje i oduzimanje brojeva do 10. • Veza sabiranja i oduzimanja. • Upoređivanje brojeva $<$, $>$ i $=$.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Učenike uvesti u dopunjavanje <i>jednakosti</i> brojem ili znakom računске operacije uz isticanje važnosti znaka „=“, zatim od jedne jednakosti praviti još tri npr. $3+7=10$, $7+3=10$, $10-3=7$, $10-7=3$ koristeći vezu sabiranja i oduzimanja. U nejednakosti dopunjavamo znak ili broj kako bi utvrdili koja je strana veća ili manja. Uvesti □ (prazan kvadratić) a zatim slovo kao simbol za nepoznati broj (slova abecede izuzev afrikata i slova "O" koje podsjećaju na 0 (nulu)). U zadacima sa nepoznatim brojem učenici mogu do rješenja doći odbrojavanjem. U jednostavnim jednačinama ističemo važnost znaka „=“ jer on pokazuje jednakost desne i lijeve strane dok znakovi „<“ i „>“ pokazuju da je jedna strana veća ($x > 7$) ili manja ($x < 4$) u odnosu na drugu. Učenike potičemo da u jednačinama rješenje provjere koristeći se vezom između operacija sabiranja i oduzimanja ($a+3=5$, $a=2$ jer je $5-3=2$), dok provjeru rješenja u nejednačinama vrše upoređivanjem brojeva $4 < 7$ (4 je manje od 7).	
B.1.4. Rješava matematičke probleme i situacije logičkim zaključivanjem i pri tome koristi matematički jezik.	• Povezuje prethodno stečena znanja u rješavanju različitih tipova zadataka (numeričkih, tekstualnih, problemske situacije iz života). • Izdvaja ključne riječi iz teksta i kreira matematički izraz. • Nastavlja niz prema određenom uzorku. • Uočava odnose među predmetima, veličinama i brojevima, te objašnjava po kojem se pravilu oblici, brojevi i predmeti nižu.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.3.2

Ključni sadržaji	
• Veza sabiranja i oduzimanja u skupu brojeva do 10. • Brojni nizovi, brojeva linija, prethodnik i sljedbenik. • Problemski, tekstualni zadaci, matematičke mozgalice.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Konkretnim primjerima podstaknuti učenike da logički zaključuju i opisuju računske operacije: zbir se ne mijenja ako sabirci zamijene mjesta, navoditi ih na jednostavne primjere uz korištenje termina $2+3=5$ jer je $5-3=2$ i $5-2=3$ te ih kroz ove primjere upoznati da su sabiranje i oduzimanje suprotne računske operacije. Težiti smislenom usvajanju matematičkih znanja kroz: igru, rješavanjem problemskih zadataka koji se odnose na sabiranje i oduzimanje u skupu do 10, zadavanjem zadataka sa primjerima iz učeničkog života i rješavanjem matematičkih situacija povezanih sa iskustvima iz svakodnevnog života.	
B.1.5. Postavlja pitanja i istražuje matematičke pretpostavke, pravilnosti i odnose.	• Objašnjava rečenice oblika: "ako je...,onda je ...". • Uočava povezanost među sadržajima nastavnih predmeta (Likovna kultura - stvara crtež slobodnim kombinovanjem geometrijskih likova, Moja okolina – dani u sedmici, mjeseci u godini, godišnja doba, Muzička kultura - strofa, refren). • Uočava razlike u izgledu predmeta i odnose među njima.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.3.1
Ključni sadržaji	
• Odnos među predmetima i veličina predmeta. • Brojevi nizovi, brojeva linija, prethodnik i sljedbenik. • Problemski i tekstualni zadaci, matematičke mozgalice.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Zadaci koji od učenika zahtijevaju da nastave niz, potiču logičko mišljenje: nastavljanje niza prema određenom uzorku (utvrđivanje pravilnosti), brojevi niz do 10 - dopunjavanje niza, parni i neparni brojevi, predstavljanje prethodnika i sljedbenika broja na brojnoj liniji (broj za 1 manji, broj za 1 veći).	

Oblast: C/ Geometrija i mjerenja	
Ishod učenja	Razrada ishoda
C.1.1. Izdvaja i imenuje geometrijska tijela i likove i povezuje ih sa oblicima predmeta iz svoje okoline.	• Imenuje i opisuje kuglu (loptu), kocku, kvadar, valjak, piramidu i kupu, te uočava sličnosti i razlike između geometrijskih tijela. • Prepoznaje ravne i zakrivljene površi (plohe) geometrijskih tijela. • Ravne površi (plohe) geometrijskih tijela imenuje kao geometrijske likove krug, pravougaonik (pravokutnik), kvadrat i trougao (trokut). • Imenuje i crta geometrijske likove krug, pravougaonik, kvadrat i trougao. • Uočava sličnosti i razlike između predmeta iz neposredne okoline i geometrijskih tijela i likova.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.1 MTP-3.1.2 MTP-3.1.3

Ključni sadržaji	
• Geometrijska tijela (kugla, kocka, kvadar, piramida i kupa). • Geometrijski likovi (krug, pravougaonik, kvadrat, trougao). • Ravne i zakrivljene površi (plohe).	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Učenje geometrije započinje posmatranjem konkretnih predmeta i razvojem sposobnosti orijentacije u prostoru (lijevo-desno, ispred-iza, između i sl.). Kroz rad s učenicima primjenjuje se učenje kroz igru, što omogućuje lakše formiranje pojmova, predstava i zakonitosti. Posebno je važno primijeniti metodički pristup prema P. Liebeck IGSS modelu: I – iskustvo, G – govor, S–slika, S – simbol. Prepoznavanje geometrijskih tijela započinje posmatranjem pažljivo odabranih predmeta određenog oblika. Učenici analiziraju njihove osobine, dodiruju ih, okreću i osjetiti razliku između ravnih i zakrivljenih površina, te oštrinu ivica i vrhova. Iz skupa različitih modela učenici izdvajaju kugle, kocke i dr. Moguće je primjenjivati različite vježbe klasifikacije i serijacije. Uočavaju predmete u neposrednoj okolini koji su po obliku slični geometrijskim tijelima (npr. lopta, tabla, krov, ormar, čaša, kornet i sl.) te imenuju sličnosti i razlike. Tek kada se učenici dobro upoznaju sa geometrijskim tijelima, prelazi se na slikovni prikaz, s tim da se ne traži od učenika da crtaju geometrijska tijela. Geometrijske likove učenici upoznaju kao ravne površi geometrijskih tijela. Tako se stvara jasna veza i uočava osnovna razlika između likova i tijela. U početku likove treba rezati od kartona, kolaž papira ili ih bojiti, kako bi učenici shvatili da lik ne čine samo stranice. Također, učenici mogu od modela različitih geometrijskih likova i tijela kreirati nove poput pojedinih tangram figura. Sadržaje ove tematske oblasti mogu se povezati sa sadržajima nastavnih predmeta: Bosanski jezik (pisanje naziva geometrijskih tijela) i Likovna kultura (masa i prostor).	
C.1.2. Razlikuje i crta prave i krive linije, te prepoznaje tačku kao presjek linija.	• Razlikuje i crta prave i krive linije, koristi se linijarom. • Crta otvorene, zatvorene i izlomljene linije. • Uočava presjek linija i prepoznaje ga kao tačku. • Prepoznaje istaknute tačke i obilježava ih velikim štampanim slovima. • Određuje vrhove geometrijskih tijela i likova kao tačke.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.1 MTP-3.1.2 MTP-3.1.3
Ključni sadržaji	
• Otvorene i zatvorene prave(ravne) i krive linije. • Unutrašnjost i spoljašnjost. • Unutar, na, izvan. • Tačka kao presjek(sjecište) linija.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Učenici intuitivno doživljavaju liniju kao trag koji ostavlja olovka na papiru ili kredu na tabli. Zatim je moguće povezati s ivicama geometrijskih tijela i stranicama geometrijskih likova. Tačku prepoznaju kao vrh (tjeme) geometrijskog tijela ili lika, a također je definisan kao presjek dvije linije. Važno je istaći da se tačka može označiti na bilo kojem mjestu u prostoru i da ih ima beskonačno mnogo. Također, tačke možemo koristiti za konstruisanje linije. Prilikom crtanja pravih linija preporučuje se upotreba linijara, uz insistiranje na pravilno rukovanje njime, jer je za to neophodna određena motorička vještina. Sadržaji se mogu povezati sa sadržajima iz drugih nastavnih predmeta Moja okolina (put od kuće do škole) i Likovnom kulturom (crte po toku i karakteru).	

C.1.3. Identificira mjerljiva obilježja objekata i pojava, te upoređuje njihove osobine.	• Prepoznaje odnose među predmetima: dugo – kratko -jednake dužine, visoko -nisko-jednake visine, debelo -tanko -jednake debljine i sl. • Određuje položaj predmeta: blizu -daleko, lijevo - desno, uspravno - koso -vodoravno, ispred -između - iza, ispod -na-iznad. • Određuje najduži, najkraći, najdeblji, najmanji objekat. • Upoređivanjem otkriva sličnosti i razlike prema osobinama i položaju predmeta. • Procjenjuje veličinu predmeta na temelju vizuelne percepcije. • Upoređuje i razvrstava objekte prema mjerljivom obilježju.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.2.1 MTP-3.2.2
Ključni sadržaji	
• Upoređivanje predmeta po: boji, dužini, visini, širini, debljini. • Odnos među predmetima i veličina predmeta.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
U okviru ove oblasti potrebno je podsticati razvijanje vještine upoređivanja i procjenjivanja prema određenim kriterijima. Upoređivati po zadanom kriteriju i potkrijepiti učenicima bliskim primjerima (npr. duži i kraći red u čekaonici, više i niže ljestve, uže i šire hlače). Učenici trebaju raditi praktična mjerenja s relativnom mjerom (dlan, pedalj, stopa, korak) i konstantnom nestandardnom jedinicom (olovka, štap, pribor, čaša...), zatim procijeniti i uporediti rezultate mjerenja kako bi na taj način shvatili potrebu za uvođenjem standardne jedinice. Sadržaji se mogu povezati sa sadržajima nastavnih predmeta: Likovna kultura (crtanje predmeta po boji, visini, širini) i Moja okolina (orijentacija u prostoru)	
C.1.4. Identificira i koristi mjerne instrumente i mjerne jedinice za određene mjere.	• Prepoznaje mjerljiva obilježja i mjerne jedinice za masu, tečnost, dužinu, vrijeme i novac. • Primjenjuje nekonvencionalne mjere. • Povezuje jedinice sa odgovarajućim veličinama (metar, kilogram, litar, sat, konvertibilna marka). • Raščlanjuje određene mjerene jedinice na manje.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.2.1 MTP-3.2.2
Ključni sadržaji	
• Mjerne jedinice za masu, dužinu, tečnost, vrijeme i novac.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Učenici će moći prepoznati mjerljiva obilježja i odgovarajuće mjerne jedinice za masu (kilogram), tečnost (litar), dužinu (metar), vrijeme (sat, minuta) i novac (npr. konvertibilna marka). Primijeniti će nekonvencionalne mjere poput dlana ili stopala za mjerenje dužine, ili šoljice i čaše za mjerenje tečnosti. Također, učenici će povezivati odgovarajuće mjerne jedinice s konkretnim veličinama, npr.	

odabrati kilogram za mjerenje težine jabuke, litar za količinu mlijeka u boci, metar za dužinu stola, sat za mjerenje vremena potrebnog za obavljanje zadatka, te konvertibilnu marku za novčane transakcije.

Oblast: D/ Podaci i vjerovatnoća	
Ishod učenja	Razrada ishoda
D.1.1. Interpretira dobivene podatke i rezultate istraživanja.	- Prikazuje podatke u jednostavnim tablicama u određenom redu, odnosno koloni tablice. - Razlikuje pojmove red i kolona u tabeli.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-4.1.1 MTP-4.1.2
Ključni sadržaji	
Skup prirodnih brojeva do 10.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Uz pomoć crteža ili skupa, učenici grafički prikazuju iste matematičke pojmove. Čitaju podatke iz jednostavnih tabela i piktograma te razlikuju podatke u datom redu ili koloni tablice.	
D.1.2. Koristi se crtežima i obrascima prebrojavajući različite rezultate.	- Prebrojava različite rezultate (ishode događaja) u jednostavnim situacijama koristeći se konkretnim materijalima. - Opisuje rezultat (ishod događaja) koji je blizak ličnom iskustvu koristeći se crtežima i obrascima.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-4.2.1
Ključni sadržaji	
- Skup. - Elementi (članovi) skupa. - Brojnost skupa.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Prebrojavanje i razvrstavanje je dio našeg svakodnevnog života. Primjenjivati osnovni jezik vjerovatnoće (ishod, moguć, nemoguć, siguran, slučajan) u situacijama iz svakodnevnog života i upoređivati vjerovatnoću ishoda (manje vjerovatan, jednako vjerovatan, više vjerovatan). Sadržaji se mogu povezati sa Mojom okolinom, učenicima pripremiti tabele u kojima crtežom prikazuju podatke (npr. broj sunčanih dana u mjesecu i sl.).	

2. razred osnovne škole /4 časa sedmično/ 140 časova godišnje/

Oblast: A/ Skupovi, brojevi i operacije	
Ishod učenja	Razrada ishoda
A.2.1. Koristi se brojevima do 100 u opisivanju i prikazivanju količine i redoslijeda.	- Čita i zapisuje prirodne brojeve do 100 (uključujući i 0) ciframa i brojevnim riječi. - Upoređuje prirodne brojeve do 100 koristeći simbole $<$, $=$, $>$. - Određuje broj na osnovu zadatog prethodnika ili sljedbenika. - Uočava odnose među dekadskim jedinicama (jedinice, desetice, stotice) i objašnjava odnos broja i vrijednosti pojedine cifre. - Čita i zapisuje brojeve do 20 napisane oznakama za rimske brojeve pomoću brojevnih riječi ili arapskim ciframa, kao i rednim brojevima. - Određuje sljedbenika u složenoj terminološkoj situaciji. - Koristi slovo kao oznaku za broj.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.2
Ključni sadržaji	
- Čitanje i pisanje brojeva od 0 do 20 ciframa i brojevnim riječima. - Brojeva linija do 20 i upoređivanje brojeva do 20. - Prethodnik i sljedbenik broja u skupu brojeva do 20. - Jednocifreni i dvocifreni brojevi. - Parni i neparni brojevi. - Čitanje i pisanje brojeva do 20 rimskim oznakama. - Redni brojevi od 1. do 20. - Formiranje pojmova višekratnika (sadržilaca) broja 10. - Brojeva linija (crta): 0,10,20, 30, ..., 100. - Upoređivanje višekratnika (sadržilaca) broja 10 u prvoj stotini. - Brojevi prve stotine (stotice)- - Niz brojeva: 0,1,2, 3, ... 99, 100. Brojanje (u oba smjera). Prethodnici i sljedbenici brojeva iz prve stotice. Brojeva linija (crta): 0 -100. - Upoređivanje brojeva iz prve stotice. Znaci: $=$, $>$, $<$.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Učenici će postepeno upoznavati brojeve do 20 kroz različite pristupe: brojevni, skupovni i perceptivno-predodžbeni. Nastavnik će koristiti konkretne predmete (poput štapića, lego kockica, žetončića i sl.) kako bi učenici razumjeli da svaki sljedeći broj ostane dodavanjem 1 prethodnom broju. Na brojevnoj liniji učenici će uočavati prethodnik i sljedbenik broja te brojeve između. Kroz ove pristupe učenici će naučiti različite prikaze brojeva, uključujući rastavljanje na desetice i jedinice, rastavljanjem na zbir različitih sabiraka), kako bi učenici osvijestili mogućnost različitih prikaza istog broja. Potrebna je ravnopravna zastupljenost tri pristupa kod predstavljanja brojeva: skupovni, brojevni i perceptivno-predodžbeni (npr. korištenje brojevnih slika). Približiti racionalizirani postupak tumačenja i objašnjavanja broja ($10+7=17$ nije rezultat sabiranja, već poimanje broja 17). Učenici brojeve prikazuju na unaprijed pripremljenim brojevnim linijama. Nastavnik će učenicima pomoći da prepoznaju razliku između rednih i glavnih brojeva, te pravilno koriste brojevnih riječi. Kroz vježbe brojanja unaprijed i unazad, učenici će vježbati brojanje u koracima, poput brojanja po 2 i 5 (po 2: 2, 4, 6,...) i od zadanog broja (od broja 3 broje po 2: 3, 5, 7,...). Nastavnik će postavljanjem odgovarajućih pitanja i dalje poticati učenike da uočavaju razliku između rednih i glavnih brojeva, rimskih cifri, kao i pravilnu	

upotrebu brojevnih riječi prilikom zapisivanja i čitanja. Korištenjem brojevne linije omogućit će se očiglednost nizanja i niza brojeva prve stotine. Preporučuje se da se s učenicima uvježbava nastavljanje niza prema zadanom pravilu. Poželjno je uvježbavati različite nizove, a ne samo brojevne nizove.

Sadržaje povezivati unutar predmeta i ostvarivati međupredmetnu korelaciju kroz predmete Bosanski jezik i književnost (npr. određivanje broja strofa u pjesmi, transformacije verbalnih i simboličkih zapisa jedne u druge); Tjelesna i zdravstvena kultura (npr. redanje po visini), Moja okolina (npr. broj dana u mjesecu, dan prije i dan poslije određenog dana), Likovna kultura (npr. slikoviti prikaz realnih problemskih situacija), Muzička kultura (npr. brojalice).

A.2.2. Izvodi računske operacije sabiranja i oduzimanja u skupu prirodnih brojeva do 20, bez prelaza i sa prelazom, proširuje brojni niz do 100.	• Sabira i oduzima u skupu brojeva do 20, te sa višekratnicima (sadržiocima) broja 10 u prvoj stotini. • Sabira i oduzima bez prelaza u skupu brojeva do 100. • Primjenjuje osobine i povezanost računskih operacija sabiranja i oduzimanja. • Koristi računske operacije za rješavanje zadataka iz svakodnevnog života. • Provjerava dobivene rezultate.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.2.1 MTP-1.2.2
Ključni sadržaji	
• Sabiranje i oduzimanje u skupu prirodni brojeva do 20. • Izračunavanje zbirova od tri sabirka, sa i bez upotrebe zagrada. • Sabiranje brojeva i oduzimanje brojeva u drugoj desetici (oblici kao: 10+4, 14-4, 13+4, 17-4. 10+10); Sabiranja kada su sabirci iz prve desetice, a zbir iz druge desetice i odgovarajuća oduzimanja. • Veza između sabiranja i oduzimanja . • I slovo nekada uzimamo da je broj- nepoznati broj. • Osobine zbira: Nula kao sabirak; Pravilo zamjene mjesta sabiraka; Grupisanje (združivanje) sabiraka. • Rimski brojevi od I do X, Redni brojevi od 1-20. • Svojstva razlike: Nula kao umanjitelj, umanjitelj jednak umanjeniku . • Sabiranje i oduzimanje višekratnika (sadržilaca) broja 10 u prvoj stotini.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Upotrebljavajući konkretne primjere iz neposredne okoline sabiranje se povezuje sa riječju "više", a oduzimanje s riječju "manje". Upotrebljavaju se primjeri u kojima će učenici povezivati sabiranje brojeva s naznačenim izrazima. a zatim prelazi se na matematički zapis u kojem se koriste znakovima + (više ili plus), – (manje ili minus) i = (je, jednako, jednako je, je jednako). Važno je naglasiti da je znak = znak koji prikazuje jednakost lijeve i desne strane. Iako obično čitamo s lijeva na desno, u jednakosti $4+12=16$ može se reći i zapisati da je 16 jednako $4+12$. Preporučeni pristupi za formiranje pojma računskih operacija su skupovni i kombinacija skupovnog i brojevnog. U drugom razredu početni primjeri se ilustruju na brojevnoj liniji. Važno je poticati automatizaciju sabiranja i oduzimanja do 20 jer je to kasnije osnova za usmeno i pismeno računanje s većim brojevima. Učenici trebaju upoznati nazive za članove računskih operacija. U početnoj nastavi matematike učenici se upoznaju s oba naziva, i računska radnja i računska operacija, no s vremenom se teži ujednačenju upotrebi izraza računska operacija. Zamjenu mjesta sabiraka (osobinu komutativnosti) učenici uočavaju na konkretnim primjerima. Sabiranje tri sabirka različitim združivanjem (grupisanjem) sabiraka učenici uočavaju da je zbir nepromijenjen (osobina asocijativnosti). Učenici se ne služe nazivima komutativnost i asocijativnost. Preko konkretnih primjera navesti učenike da zaključe i da su sabiranje i oduzimanje suprotne računske operacije. Vezu između sabiranja i oduzimanja učenici koriste kada je jedan broj u jednakosti nepoznat, tj. prikazan kvadratićem i uočavaju da suprotnom računskom radnjom mogu provjeriti rezultat računanja. Sabiranje i oduzimanje u skupu višekratnika (sadržilaca) broja 10 tumačiti analogno sabiranju u prvoj desetici. Osim upoređivanja brojeva za procjenjivanje dobivenih rješenja neophodna	

je i procjena izbora odgovarajućih postupaka, metoda i operacija. Kod provjeravanja rezultata računanja primjenjivati zaključke o vezi računskih operacija sabiranja i oduzimanja.

Nastavnik može sa djecom, koja pokazuju interes i visoke sposobnosti za matematiku, raditi i računske operacije u skupu brojeva do 100. Nastavnici imaju slobodu u uspostavljanju balansa između prethodnih postignuća u pojedinim oblastima i vremena potrebnog za daljnji rad. Imaju punu slobodu u izboru nastavnih metoda, oblika rada, nastavnih sredstava u skladu sa uzrastom i sa savremenim tendencijama u metodici nastavnog rada, ali sve je određeno jasno postavljenim ishodom učenja.

Sadržaje koji su obrađuju u ovim ishodom mogu se povezati sa sadržajima nastavnih predmeta: Moja okolina (problemski zadaci povezani sa sadržajima iz Moje okoline) i Bosanski jezik i književnost (razumijevanje pročitanog).

Oblast: B/ Algebra	
Ishod učenja	Razrada ishoda
B.2.1. Prikazuje matematičke situacije i strukture simbolima.	• Povezuje količinu i broj. • Uočava i analizira strukturu broja. • Upoređuje brojeve do 20 uz korištenje matematičkih znakova. • Upoređuje brojeve od 21 do 100 uz korištenje matematičkih znakova. • Imenuje članove/komponente u računskim operacijama i izrazima. • Koristi matematički jezik i znakove ($>$, $=$, $<$, $\neq$, $+$, $-$) pri zapisivanju matematičkih izraza.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1 MTP-2.1.2
Ključni sadržaji	
• Upoređivanje brojeva i zapisivanje odnosa među brojevima (znakovi $>$, $=$, $<$). • Sabiranje i oduzimanje brojeva do 20.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Računske operacije sabiranja i oduzimanja u drugoj desetici realizirati kroz igru, pomoću konkretnih materijala iz neposredne okoline, didaktičke ilustracije (jedinica je jedan kvadratić, a deseticu čini stubić od deset kvadratića), kroz posmatranje i iskustveno učenje. Konkretno, odnosno didaktički materijal učenici koriste sve dok im treba i dok ne ostvare kognitivni skok na apstraktni nivo. Nakon skupovnog pristupa sabira se i oduzima na brojevnoj liniji. Poticati automatizaciju sabiranja i oduzimanja do 20 i prelazak na računanje na simboličkom nivou, jer je to osnova za računanje s većim brojevima. Učenici trebaju upoznati i koristiti nazive za članove matematičkog izraza. Dodatna motivacija i razumijevanje mogu se postići uvođenjem savremenih materijala, korištenjem informaciono-komunikacionih tehnologija, voditi računa da prevlada razumijevanje sadržaja u odnosu na pamćenje. Napomena: ovaj ishod se dodatno ostvaruje kroz ishode A.2.1 i A.2.2 iz oblasti A.	
B.2.2. Rješava različite tipove matematičkih zadataka, analizira algebarski izraz i primjenjuje matematičke zakonitosti.	• Računa u skupu prirodnih brojeva do 20 i koristi se stečenim znanjima u rješavanju

	različitih tipova zadataka i problemskih situacija iz svakodnevnog života. • Procjenjuje i izračunava vrijednost izraza, uzimajući u obzir redoslijed računskih operacija. • Primjenjuje osobinu komutativnosti i asocijativnosti prilikom sabiranja. • Imenuje članove u algebarskim izrazima.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1 MTP-2.1.2
Ključni sadržaji	
• Upoređivanje brojeva /znakovi $>, =, <, \neq, +, -, ()$. • Sabiranje i oduzimanje u skupu prirodnih brojeva do 20; Upotreba zagrada. • Sabiranje i oduzimanje višekratnika broja 10. • Zamjena mjesta sabiraka, nula kao sabirak; Združivanje sabiraka. • Osobine razlike, nula kao umanjitelj, umanjitelj jednak umanjeniku.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Ovaj ishod se temelji na prethodnim znanjima o strukturi brojeva do 100 i matematičkim znakovima, te uz usvajanje matematičkih znanja i vještina kod učenika se već donekle razvijeni matematički procesi produbljuju. Učenici će rješavati različite tipove zadataka, uvrštavati broj u algebarski izraz $(a+4)$, analizirati sastav (tekstualnog) problema i razlikovati: tekst (poznate podatke i nepoznate podatke) i pitanje. Učenici će rješavati tekstualne zadatke i problemske situacije, analizirat će problem, sistematično ga rješavati (čita zadatak, razumije pročitano, analizira zadatak, traži ključne riječi, postavlja izraz, računa, sastavlja i piše odgovor) i koristiti različite strategije rješavanja.	
B.2.3. Određuje vrijednost nepoznatog člana jednostavne jednačine i nejednačine.	• Koristi slovo i prazan kvadratić kao simbol za nepoznati broj. • Sastavlja jednačinu s jednom računskom operacijom (u skupu brojeva do 20 i operacije sabiranja i oduzimanja desetica do 100). • Izračunava vrijednost nepoznatog člana jednačine i vrijednosti nepoznatog člana nejednačine u skupu brojeva do 20 i desetica do 100. • Koristi matematički jezik i simbole pri zapisivanju i dopunjavanju jednakosti i nejednakosti u skupu brojeva do 100 ($<, >, =$). • Identifikuje osnovne nejednačine ($x < 20$, $x > 15$, $50 < x < 80$). • Primjenjuje osobine računskih operacija. • Uočava vezu između sabiranja i oduzimanja i vrši provjeru rezultata sabiranja odnosno oduzimanja inverznom računskom operacijom. • Provjerava rješenja i koristi se jednostavnim matematičkim jezikom za saopćavanje rješenja.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.2.1 MTP-2.2.2

Ključni sadržaji	
- Nepoznati broj. - I slovo nekada uzimamo da je broj. - Veza između sabiranja i oduzimanja . - Upoređivanje brojeva iz prve stotice. Znakovi <,>=.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Pri procesu izračunavanja nepoznatog broja započeti naslanjanjem na nastavne sadržaje koje su učenici usvajali u 1. razredu tako što ćemo oznaku za nepoznati broj predstaviti učenicima poznatim znakom - prazan kvadratić. Potom će se preći na matematički zapis u kome koristimo slovo za označavanje nepoznatog broja. Prilikom rješavanja jednačine početi od određivanja nepoznatog broja na osnovu usmenog računanja, zatim na zapisivanje oblika ($a + 5 = 12$; $a = 7$ jer je $12 - 7 = 5$). Kod rješavanja nejednačina učenike podsticati da se koriste odbrojavanjem/nabrajanjem do rješenja: ($10 < x < 20$, do rješenja dolazimo odbrojavanjem/nabrajanjem $x: 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19$). Učenike potičemo da prilikom rješavanja jednačine ili nejednačine riječima iskažu šta je poznato, a šta nepoznato, te koji su to matematički postupci i operacije kojima ćemo doći do rješenja. Pokazati učenicima kako će do rješenja doći primjenom veze između sabiranja i oduzimanja. Sa učenicima koji pokazuju interes i visoke sposobnosti za matematičke sadržaje, nastavnici mogu raditi računske operacije sabiranja i oduzimanja do 100 bez prelaza desetice.	
B.2.4. Zaključuje po analogiji i dolazi do rješenja matematičkih problema i situacija.	- Otkriva i objašnjava kriterije po kojima su elementi raspoređeni (jednocifreni-dvocifreni brojevi, parni-neparni brojevi, redni-glavni brojevi, najveći-najmanji brojevi u skupu do 100). - Objašnjava raspored brojeva do 100 po analogiji s brojevima do 20 koristeći brojevnju polupravu-liniju. - Zaključuje po analogiji (sabiranje desetica je analogno sabiranju jedinica i sl.). - Prikuplja i razvrstava podatke, prikazuje ih u jednostavnim tabelama. - Čita podatke iz tabela, piktograma, grafikona. - Koristi matematički jezik kojim sapočava ideje i provjerava istinitost tvrdnje na konkretnim primjerima. - Otkriva uzročno-posljedične veze sabiranja i oduzimanja, te iste objašnjava matematičkim jezikom.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.2.3
Ključni sadržaji	
- Brojeva linija (crta): 0,10, 20...100. - Upoređivanje višekratnika broja 10 u prvoj stotini. - Formiranje pojmova ostalih brojeva prve stotine. - Niz brojeva do 100. Brojanje (rastući i opadajući brojni niz). - Prethodnici i sljedbenici brojeva iz prve stotine. - Brojeva linija (crta) do 100. - Upoređivanje brojeva prve stotine. Znaci: <,>=. - Veza između sabiranja i oduzimanja.	

Preporuke za ostvarenje ishoda
Pri podučavanju ovih matematičkih sadržaja potrebno je stimulirati učeničke kognitivne sposobnosti kako bi se naučili pravilno i tačno izražavati matematičkim jezikom, koristiti matematičke simbole, da do rješenja dolaze promišljanjem o problemu, povezivanjem ranije naučenih sadržaja sa novim gradivom. Zaključivanjem po analogiji učenici sabiraju i oduzimaju desetica do 100 (ako je $5+3=8$, onda je $50+30=80$ i sl.). Rješavanje tekstualnih zadataka izvesti po etapama: analiza podataka, šta je poznato/nepoznato, matematički zapis, postavljanje rješenja i osmišljavanje odgovora. Učenike poticati da što više koriste matematička znanja u svakodnevnom životu (odlazak u trgovinu, praćenje vremena: sedmice, mjeseci, godina i sl.). Uvesti procjenu rezultata numeričkog izraza.

Oblast: C/ Geometrija i mjerenja	
Ishod učenja	Razrada ishoda
C.2.1. Imenuje, opisuje i crta geometrijska tijela i likove. Povezuje svojstva i odnose geometrijskih objekata.	• Uočava i prepoznaje predmete iz okruženja koji imaju sličnosti i razlike sa geometrijskim tijelima oblika kocke, kvadra, piramide, lopte, valjka i kupe. • Imenuje i opisuje ravne i zakrivljene površi na tijelima, povezuje odnose među geometrijskim tijelima i likovima. • Posmatranjem, dodirivanjem i crtanjem površi razlikuje geometrijska tijela (obla i rogljasta) i geometrijske likove (trougao, kvadrat, pravougaonik, krug) kao njihove plohe (strane). • Izrađuje modele tijela i likova. • Koristi geometrijski pribor pri crtanju tijela i likova. • Opisuje međusobne odnose matematičkim jezikom.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.1 MTP-3.1.2
Ključni sadržaji	
• Predmeti oblika valjka lopte (kugle) i kupe. • Predmeti oblika kocke, kvadra i piramide (strane, vrhovi, bridovi/ivice) . • Površ-granice predmeta. • Ravne i zakrivljene površi (plohe). • Pravougaonik, kvadrat, trougao i krug.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Proširivanje znanja o geometrijskim tijelima i njihovim osobinama započet ćemo kroz posmatranje predmeta iz neposrednog okruženja, dodirivanjem predmeta i opisivanjem površi (ploha) predmeta, uočavanjem ravnih i zakrivljenih površi, imenovanjem površi (likovi: kvadrat, trougao, pravougaonik, krug), uočavanjem sličnosti i razlika posmatranih predmeta i likova, te se zaključuje jasna veza među tijelima i likovima. Matematičkim jezikom opisivati međusobne odnose. Zatim preći na zadatke-igre sklapanja i rasklapanja modela geometrijskih tijela te slaganje slika različitim geometrijskim likovima. Poticati na pravilno i uredno crtanje geometrijskih oblika uz korištenje geometrijskog pribora.	

C.2.2. Upoređuje predmete i duži prema mjerljivim osobinama. U procesu mjerenja koristi mjerne jedinice.	• Prepoznaje nepouzdanost nekonvencionalnih mjera. • Primjenjuje mjerenja i količinske odnose u svakodnevnom životu. • Procjenjuje, upoređuje i mjeri dužinu, masu, zapreminu, vrijeme i novac (osnovne jedinice za mjerenje u skupu brojeva do 20). • Čita i bilježi rezultate mjerenja mjernim brojem i jedinicom mjere (metar, kilogram, litar, sat, minuta, konvertibilna marka, konvertibilni fening). • Računa (sabira i oduzima u skupu brojeva do 20) sa istoimenim jedinicama. • Upotrebljava novčane jedinice (KM, KF) u svakodnevnom životu. • Određuje i mjeri vremenski interval odgovarajućim mjernim instrumentom (služi se satom i kalendarom).
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.2.1.
Ključni sadržaji	
• Mjerenje dužine. Jedinice za dužinu (metar). • Mjerenje mase. Jedinice za masu (kilogram). • Mjerenje količine tečnosti. Jedinice za količinu tečnosti (litar), • Mjerenje vremena. Jedinice za vrijeme (sat, minut). • Jedinice za novac (konvertibilna marka, konvertibilni fening).	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Pri izučavanju ovih sadržaja početi mjerenjima predmeta i objekata nekonvencionalnim mjerama, korak, pedalj, dužinama predmeta: štap, olovka zatim rezultate mjerenja uporediti, kako bi učenici uočili nepouzdanost ovakvog načina mjerenja. Procijeniti i upoređivati količinu, dužinu, masu (najduža, najkraća, najteža, najlakša, najveća, najmanja i sl.). Upoznaju se standardne mjerne jedinice i njihove oznake. Upoređuju mjerne brojeve dužine, visine, širine, količine tečnosti, vremenski tok i vrijednosti u novcu. Koristiti matematičke simbole i jedinice pri zapisivanju mjera. Obratiti pažnju da učenici pri mjerenju imaju pravilan postupak mjerenja, evidenciju mjerenja, odabir mjernih instrumenata, jedinicu mjere zapisanu skraćenicom i na kraju izvršiti upoređivanje rezultata mjerenja. Sadržaji se mogu povezati sa sadržajima iz predmeta Moja okolina, Bosanski jezik i književnost, Tjelesna i zdravstvena kultura i sl.	

Oblast: D/ Podaci i vjerovatnoća	
Ishod učenja	Razrada ishoda
D.2.1. Prikuplja i prikazuje podatke jednostavnom tabelom i piktogramom.	• Uvrštava podatke iz neposredne okoline u gotovu tabelu. • Prikazuje iste matematičke pojmove na različite načine crtežom, skupom, piktogramom i jednostavnom tabelom.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-4.1.1 MTP-4.1.2

Ključni sadržaji	
• Crtež (piktogram). • Tabela. • Kolona i red.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Učenici trebaju unutar razrednih istraživanja iz neposredne okoline bilježiti i razvrstavati podatke te ih prikazivati neformalnim načinima (crtež, skupovi) jednostavnim tablicama ili piktogramima. Kako bi se učenici osamostalili i osjećali sigurnost i zadovoljstvo u onom što rade prvo treba zajednički, a potom u grupama podatke uvrstiti u jednostavne tablice i piktograme. Te podatke prikazujemo u matematičkim oblicima reprezentacije (tabelama i piktogramima). Nastavnik usmjerava učenika postavljanjem odgovarajućih pitanja da tumači prikupljene i razvrstane podatke iz jednostavnih tabela i piktograma. Pojmove red i kolona primjenjuje u zadanim situacijama.	

3. razred osnovne škole /4 časa sedmično/ 140 časova godišnje/

Oblast: A/ Skupovi, brojevi i operacije	
Ishod učenja	Razrada ishoda
A.3.1. Služi se brojevima u skupu do 100 u opisivanju i prikazivanju količine i redoslijeda.	• Broji, čita i zapisuje brojeve cifrom i brojevnom riječi brojeve do 100 i stotice prve hiljade (tisuće). • Koristi redne brojeve od 1. do 100. • Zapisuje brojeve do 100 rimskim oznakama. • Razlikuje parne i neparne brojeve do 100 i uočava brojne obrasce, npr. prethodnika i sljedbenika. • Prikazuje brojeve na različite načine. • Uočava odnose među dekadskim jedinicama (jedinice, desetice, stotice) i objašnjava odnos broja i vrijednosti pojedine cifre. • Razlikuje broj od cifre i brojne riječi, te ih koristi u komunikaciji.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.2
Ključni sadržaji	
• Skup prirodnih brojeva do 100. • Tablica mjesnih vrijednosti i brojeva poluprava. • Rimski brojevi od 1 do 100 (I-C). • Zapisivanje brojeva od 1 do 100 rimskim oznakama. • Parni i neparni brojevi do 100. • Stotice prve hiljade (tisuće).	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Pri učenju prirodnih brojeva potrebno je ravnopravno zastupiti tri pristupa: skupovni, brojevni i perceptivno-predodžbeni (npr. korištenje brojevnih slika) kod predstavljanja brojeva i formiranja pojmova, predstava i zakonitosti. Na konkretnim materijalima (npr. didaktičke ilustracije) uvoiti postupak brojanja, pravilno čitanje i zapisivanje brojeva ciframa. Postupak upoređivanja brojeva do 100 skratiti određivanjem vrijednosti stotica (desetica, odnosno jedinica). Pri upoređivanju brojeva potrebno je ići induktivnim putem tako da različitim primjerima navodimo učenike da sami uoče pravila za upoređivanje višecifrenih brojeva. Razlikovati i pravilno zapisivati glavne i redne brojeve. U 3. razredu proširujemo skup rimskih oznaka za brojeve do 100, brojeve npr. na satu i kalendaru. U neposrednom okruženju prepoznati rimske cifre npr. rimske cifre na satu. Kod proširivanja skupa rimskih oznaka za brojeve do 100 moguća je primjena edukativnih igara (šibice, mozgalice i sl.). Prepoznavanje parnih i neparnih brojeva temelji se na predznanju i automatizovanom prepoznavanju u skupu brojeva do 100. Uz pomoć brojne poluprave omogućiti očiglednost nizanja i niza brojeva prve stotine i stotina prve hiljade.	
A.3.2. Izvodi sabiranje, oduzimanje, množenje i dijeljenje u skupu brojeva do 100 i provjerava dobivena rješenja.	• Sabira i oduzima u skupu brojeva do 100. • Množi i dijeli u skupu brojeva do 100. • Pri računanju koristi osobine i veze računskih operacija. • Koristi računske operacije za rješavanje zadataka iz svakodnevnog života. • Organizuje i provjerava dobivene rezultate.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.2.1 MTP-1.2.2

Ključni sadržaji

- Sabiranje brojeva prve stotice kada je zbir naznačenih jedinica sabiraka jednak 10 i odgovarajuća oduzimanja.
- Sabiranje brojeva prve stotice kada je zbir naznačenih jedinica sabiraka veći od 10 i odgovarajuća oduzimanja.
- Sabiranje više sabiraka. Zagrade.
- Oduzimanje više brojeva. Zagrade.
- Veza sabiranja i oduzimanja.
- Zadaci sa dvije operacije.
- Znak „□“ (puta). Množenik, množilac (množenje broja i množenje brojem). Faktori ili činioči i produkt ili umnožak ili proizvod.
- Množenje brojeva (i množenje brojem) prve desetice.
- Tablica množenja.
- Broj 1 i broj 0 kao faktori množenja.
- Osobine proizvoda: zamjena mjesta faktorima (komutativnost), asocijativnost.
- Pisanje dvocifrenog broja u obliku $a \square 10 + b$.
- Djeljenik (broj koji se dijeli), djelitelj (broj kojim se dijeli), količnik (ishod dijeljenja).
- Dijeljenje brojevima prve desetice.
- Količnik čiji je djeljenik broj 0.
- Količnik čiji je djelitelj broj 1 (dijeljenje nulom nema smisla).
- Tablica dijeljenja.
- Veza množenja i dijeljenja.
- Množenje zbira i dijeljenje zbira brojem.
- Osobine dijeljenja: distributivnost.
- Izvantablična množenja i izvantablična dijeljenja (npr. $15 \square 3$ i $30:2$).

Preporuke za ostvarenje ishoda

Kako bi se potaknule i razvijale misaone operacije (analiza, sinteza, apstrakcija, identifikacija, specijalizacija i generalizacija) potrebno je učenike neprestano poticati na procjenu rezultata te provjeru rješenja i vještinu usmenog računanja (po potrebi rastavljanjem broja na zbir višekratnika/sadržioca dekadskih jedinica ili zapisivanjem djelimičnih rezultata). Kada to okolnosti dopuštaju, uvježbavanje usmenog sabiranja i oduzimanja moguće je i primjenom edukativnih računalnih igara i dr. Potrebno je koristiti se različitim situacijama i zadacima u kojima treba primjenjivati sabiranje i oduzimanje. Tek kada je dobro usvojen postupak sabiranja i oduzimanja rastavljanjem, može se preći na pismeni postupak sabiranja i oduzimanja. Učenicima je potrebno objasniti sabiranje i oduzimanje s prelazom različitim metodama. Pisano sabiranje i oduzimanje usvaja se postupno primjenom brojevnih kartica, tablice mjesnih vrijednosti i pravilnog matematičkog zapisa. Potrebno je zajednički formirati tablicu množenja brojem (uzastopnim sabiranjem), te tablicu dijeljenja brojem (uzastopnim oduzimanjem istog broja od zadanog broja). Učenike je potrebno podučiti i načinu dijeljenja zbira brojeva datim brojem, npr. $28:4=(20+8):4=20:4+8:4=\dots$, kako bi postupak dijeljenja lakše usvajali te istodobno i prihvatili matematičke zakonitosti. Osobina komutativnosti, te veza množenja i dijeljenja u računanju, primjenjuju se kao pomoć prilikom računanja. Učenici se poučavaju kako odrediti broj koji je nekoliko puta veći od zadanog broja i nekoliko puta manji od zadanog broja, određuju sadržaoce brojeva u okviru tablice množenja te se snalaze u samoj tablici. Dovoljno vremena treba posvetiti razlikovanju izraza uvećaj za (sabiranje) i uvećaj nekoliko puta (množenje) te umanj za (oduzimanje) i umanj nekoliko puta (dijeljenje). Učenici će usvojiti pravilo o množenju i dijeljenju brojem 10, odrediti parne i neparne brojeve, određivati polovinu, trećinu, četvrtinu... nekog broja, a posebno treba obratiti pažnju na ulogu brojeva 1 i 0 u množenju i dijeljenju. Polovinu, trećinu, četvrtinu i druge dijelove učenici prepoznaju i grafički prikazuju. Upoznat će se s nazivima članova računskih operacija množenje i dijeljenje (u množenju imamo različite nazive). U 3. razredu očekujemo da učenici razumiju koncept množenja i dijeljenja, da postupno usvoje tablicu množenja, te da odrede u kojim se situacijama množenje i dijeljenje primjenjuje. Treba težiti automatizaciji tablice množenja i dijeljenja. Na temelju predznanja o vezi sabiranja i oduzimanja, treba uočiti vezu množenja i dijeljenja i rješavati četiri jednakosti npr. $3 \cdot 7=21$, $7 \cdot 3=21$, $21:3=7$, $21:7=3$. Korisno je znati kada i koju matematičku spoznaju možemo upotrijebiti kako bismo došli do rješenja. Kako bi se ta spoznaja upotrijebila za organizovanje i provjeru rezultata, potrebno je zadavati

različite tipove zadataka, pa i problemske, u kojima učenici moraju osmisliti kojom strategijom ili računskom operacijom mogu riješiti problem. Na taj način učenici će osvijestiti važnost računskih operacija, čitanja u svrhu razumijevanja i rješavanja zadataka. Sa učenicima koji pokazuju interes i visoke sposobnosti za matematičke sadržaje, nastavnici mogu raditi, proširiti brojni niz preko 100 i raditi računske operacije sabiranja i oduzimanja u skupu brojeva do 1000. Nastavnici imaju slobodu u uspostavljanju balansa između prethodnih postignuća u pojedinim oblastima i ishodima i vremena potrebnog za daljni rad. Imaju punu slobodu u izboru nastavnih metoda, oblika rada, nastavnih sredstava, naravno u skladu sa uzrastom i, sa savremenim tendencijama u metodici nastavnog rada, ali sve je određeno postavljenim ciljevima i jasno naznačenim ishodima učenja.

Oblast: B/Algebra

Ishod učenja	Razrada ishoda
B.3.1. Analizira i matematičkim jezikom prikazuje strukturu broja te zaključuje o matematičkim situacijama koristeći algebarske oznake.	- Povezuje količinu i broj. - Uočava i razlikuje strukturu dvocifrenog broja. - Prikazuje prirodne brojeve do 100 i opisuje kvantitativne odnose. - Upoređuje brojeve do 100 uz korištenje matematičkih oznaka. - Imenuje članove /komponente u računskim operacijama i izrazima. - Koristi matematički jezik i znakove ($>$, $=$, $<$, $\neq$, $\leq$, $\geq$, $+$, $-$, $:$, $\cdot$, x, s, m, ... kao simboli za nepoznati broj) pri zapisivanju matematičkih izraza u govornoj i slikovnoj formi te zaključuje na osnovu njih.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1 MTP-2.1.2
Ključni sadržaji	
- Relacije manje ili jednako i veće ili jednako ($\leq$ i $\geq$). - Znakovi za računske operacije množenje i dijeljenje „$\times$“ i „$:$“. - Upoređivanje brojeva i zapisivanje odnosa među brojevima (znakovi $>$, $=$, $<$). - Sabiranje i oduzimanje brojeva do 100 (sabiranje brojeva prve stotice kada je zbir naznačenih jedinica sabiraka manji od 10, jednak 10 i veći od 10) i odgovarajuća oduzimanja. - Množenje i dijeljenje u skupu prirodnih brojeva do 100. - Slovo kao oznaka za nepoznati broj.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Računske operacije sabiranja i oduzimanja u skupu prirodnih brojeva do 100 izvoditi na didaktičkim ilustracijama: pomoću konkretnog materijala, zatim pomoću novca, skupovnog prikaza i brojevnice linije. Didaktički materijal koristimo u početnoj fazi kao i konkretne ilustracije brojeva npr. kvadratić je jedinica, desetica je 10 kvadratića, analiziramo zapis i strukturu broja i tek u završnoj fazi prelazimo na upotrebu brojevnice linije. Učenici množenje i dijeljenje u okviru tablice množenja, također, usvajaju postupno uz očigledan pristup i uočavanje veze. Kod učenika treba poticati verbalizaciju postupka kako bi usvojili postupak sabiranja i oduzimanja i prešli na računanje na simboličkom nivou jer računanje do 100 ima izuzetnu važnost u početnoj nastavi matematike. Učenici će koristiti matematički jezik i oznake za osnovne matematičke operacije u skupu brojeva do 100. Dodatna motivacija i razumijevanje mogu se postići uvođenjem savremenih didaktičkih materijala, korištenjem informacionokomunikacionih tehnologija, ali voditi računa da prevlada razumijevanje sadržaja u odnosu na mehaničko računanje. Napomena: ovaj ishod dodatno se ostvaruje kroz ishode iz oblasti A. Sa učenicima koji pokazuju interes i visoke sposobnosti za matematičke sadržaje, nastavnici mogu raditi računske operacije sabiranja i oduzimanja u skupu brojeva do 1000. Nastavnici imaju slobodu u uspostavljanju balansa između prethodnih postignuća u pojedinim područjima i vremena potrebnog za daljni rad. Imaju punu slobodu u izboru nastavnih metoda, oblika rada, nastavnih sredstava, naravno u skladu sa uzrastom i, sa savremenim tendencijama u metodici nastavnog rada, ali sve je određeno postavljenim ciljevima i jasno naznačenim ishodima učenja.	

B.3.2. Rješava različite tipove matematičkih zadataka, primjenjuje matematičke zakonitosti i izračunava vrijednost algebarskog izraza.	• Računa do 100 i koristi se stečenim znanjima u rješavanju različitih tipova zadataka i problemskih situacija iz svakodnevnog života., kao i redoslijedom izvođenja računskih operacija. • Rješava zadatke sabiranja i oduzimanja u obimu broja 100 ($axb+cd$, $b+d<10$; $axb+cd$, $b+d>10$, $axb+cd$, $b+d=10$) i zapisuje broj u obliku $ax10+b$. • Uočava i primjenjuje vezu sabiranja i oduzimanja, kao i vezu množenja i dijeljenja. • Shvata množenje kao zbir jednakih sabiraka, te množi i dijeli u okviru tablice množenja i dijeljenja do 100. • Primjenjuje komutativnosti i asocijativnosti množenja. • Imenuje članove u algebarskim izrazima, te koristi aritmetičke operacije za rješavanje problema, uvrštava broj u algebarski izraz i izračunava vrijednost algebarskog izraza sa i bez zagrada. • Uočava vezu i redoslijed između osnovnih računskih operacija i provjerava jednu operaciju pomoću druge i primjenjuje vezu sabiranja i oduzimanja.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1 MTP-2.1.2
Ključni sadržaji	
• Upoređivanje brojeva (znakovi $>$, $=$, $<$, $\neq$, $\leq$, $\geq$). • Sabiranje i oduzimanje u skupu prirodnih brojeva do 100. • Upotreba zagrada. • Množenje i dijeljenje brojeva do 100. • Veza sabiranja i oduzimanja. • Združivanje sabiraka. • Veza množenja i dijeljenja. • Osobine množenja (asocijativnost i komutativnost).	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Ovaj ishod se temelji na prethodnim znanjima o strukturi brojeva do 100 i matematičkim znakovima, te uz usvajanje matematičkih znanja i vještina kod učenika se već donekle razvijeni matematički procesi produbljuju. Učenici će rješavati različite tipove zadataka, uvrštavat će broj u algebarski izraz te će uz sistematičan pristup rješavati složenije tekstualne zadatke i problemske situacije. Učenici će rješavati tekstualne zadatke i problemske situacije, analizirat će problem, sistematično ga rješavati (čita zadatak, razumije pročitano, analizira zadatak, traži ključne riječi, postavlja izraz, računa, sastavlja i piše odgovor) i koristiti različite strategije rješavanja. Osobine računskih operacija učenici uočavaju i usvajaju na konkretnim primjerima.	
B.3.3. Oblikuje i zapisuje simbolima jednačine i nejednačine pri rješavanju problema.	• Sastavlja jednačinu s jednom računskom operacijom (u skupu prirodnih brojeva do 100). • Opisuje postupak rješavanja jednačine i rješenja zadatog problema. • Predviđa rješenja postavljenih elementarnih jednačina i nejednačina. • Izračunava vrijednost nepoznatog člana jednačine i nejednačine u skupu prirodnih brojeva do 100. • Koristi matematički jezik i simbole pri zapisivanju jednakosti i nejednakosti u skupu brojeva do 100 ($<$, $>$, $=$). • Identifikuje osnovne nejednačine ($x<15$, $x>20$, $60<x<71$).

	• Primjenjuje osobine računskih operacija i provjerava tačnost dobivenog rješenja.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1 MTP-2.1.2
Ključni sadržaji	
• Rješavanje osnovnih jednačina. • Izračunavanje nepoznatog sabirka. • Izračunavanje nepoznatog umanjenika i umanjioica. • Veza između sabiranja i oduzimanja. • Upoređivanje brojeva iz prve stotice, znakovi $<$, $>$, $=$.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Izračunavanje nepoznatog broja potrebno je započeti nadogradnjom na nastavne sadržaje koje su učenici upoznali u 2. razredu. U matematičkom zapisu koristimo slovo za označavanje nepoznatog broja. Prilikom usvajanja postupka rješavanja jednačine početi od određivanja nepoznatog broja na osnovu usmenog računanja, zatim na matematičko zapisivanje i objašnjavanje postupka rješavanja jednačine izračunavanja nepoznatog sabirka, umanjenika i umanjioica uz provjeru dobivenih rješenja. Prilikom rješavanja nejednačine učenike podsticati da se koriste odbrojavanjem/nabrajanjem do rješenja npr. do rješenja nejednačine $15 < x < 20$ dolazimo odbrojavanjem/nabrajanjem $x: 16, 17, 18, 19$. Učenike podsticati da prilikom rješavanja jednačine ili nejednačine riječima iskažu šta je poznato, a šta nepoznato, te koji su matematički postupci i operacije kojima ćemo doći do rješenja. Pokazati učenicima kako će do rješenja doći primjenom veze između operacija sabiranja i oduzimanja. Provjeru rezultata vršiti suprotnom računskom operacijom (osim izračunavanja nepoznatog umanjioica) uz obavezno objašnjenje postupka provjere rezultata. Učenici mogu određivati i nepoznati faktor, djeljenik i djelilac.	
B.3.4. Formulise pitanja svojstvena matematici i logički zaključuje pri rješavanju matematičkih problema i situacija.	• Otkriva i objašnjava kriterije po kojima su elementi raspoređeni (jednocifreni-dvocifreni brojevi, parni-neparni brojevi, redni-glavni brojevi, najveći-najmanji brojevi u skupu brojeva do 100). • Predstavlja brojeve do 100 na brojevnoj pravoj. • Uočava, imenuje i zapisuje prethodni i sljedeći broj prema traženom podatku. • Zaključuje po analogiji (sabiranje desetica je analogno sabiranju jedinica i sl.). • Zaključuje od pojedinačnog ka općem. • Provjerava istinitost tvrdnje na konkretnom primjeru. • Po etapama dolazi do rješenja tekstualnih zadataka. • Uočava vezu između osnovnih računskih operacija i primjenjuje u rješavanju matematičkih problema. • Koristi matematički jezik kojim postavlja pitanja, saopćava ideje i provjerava istinitost tvrdnje na konkretnim primjerima. • Objašnjava rečenice oblika „Ako je $25+2=27$, onda je $27-2=25$ i $27-25=2$“, „za koliko više ...“, „koliko puta više..“.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.3.1 MTP-2.3.2
Ključni sadržaji	
• Niz brojeva do 100, redni brojevi, parni i neparni brojevi. • Stotice prve hiljade. • Brojeva poluprava- linija (crta) do 100. • Upoređivanje brojeva prve stotice. Znaci: $<$, $>$, $=$. • Veza između sabiranja i oduzimanja. • Veza između množenja i dijeljenja.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	

Truditi se poticati učenike da se izražavaju matematičkim jezikom, koriste matematičke simbole, da do rješenja dolaze promišljanjem o problemu, da povezuju ranije naučene sadržaje sa novim nastavnim sadržajima. Zaključivanjem po analogiji dovesti do usvajanja novih nastavnih sadržaja vezanih za sabiranje i oduzimanje u obimu broja 100 ($3+5=8$; $43+5=48$; $63+5=68$). Učenike usmjeravati da zaključuju od pojedinačnog i konkretnog ka općem i apstraktnom. Rješavanje tekstualnih zadataka provesti različitim strategijama rješavanja problema, ali primjenjujući i već poznati pristup (čitanje zadatka, analiza, izdvajanje podataka, ključne riječi, postavljanje izraza, računanje, odgovor). Učenike poticati da primjenjuju usvojena matematička znanja u svakodnevnom životu: u igri, trgovini, na pijaci.

Oblast: C/ Geometrija i mjerenja

Ishod učenja	Razrada ishoda
C.3.1. Razlikuje i predstavlja prave, poluprave i duži u različitim međusobnim odnosima koristeći simbole i grafički prikaz.	- Imenuje i opisuje geometrijska tijela i likove u životnim situacijama (predmeti) i matematičkim okolnostima (modeli, slike). - Opaža i imenuje ravne i zakrivljene površi i klasificira ih. - Uočava likove oblika trougla, kvadrata, pravougaonika i kruga u okruženju. - Crta i označava geometrijske figure u ravni (prava, poluprava, duž, kružnica). - Uočava duž kao dio prave, poluprave. - Razlikuje odnose između tačaka, duži, pravih, polupravih u ravni. - Uočava i upoređuje linije/crte (prave, poluprave, duži i kružnice). - Uočava i upoređuje broj pravih koje prolaze jednom tačkom i pravih koje prolaze dvjema tačkama. - Posmatra, razlikuje i crta paralelne, okomite i prave koje se sijeku. - Koristi matematičke simbole pri obilježavanju odnosa geometrijskih elemenata: $\parallel$, $\perp$, $\nparallel$, $\in$.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.1
Ključni sadržaji	
- Prava (pravac) u ravni, označavanje prave. - Isticanje i označavanje tačke koja pripada određenoj pravoj. - Poluprava (polupravac). - Duž kao dio prave. - Prave koje se sijeku. - Okomite (normalne prave). - Paralelne prave Crtanje paralelnih i okomitih pravih. - Ugao (kut), crtanje i obilježavanje. - Trougao (trokut). - Kvadrat. - Pravougaonik. - Krug i kružnica. - Uočavanje duži na geometrijskim likovima.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Pri uvođenju učenika u geometrijske sadržaje potrebno je prvo te sadržaje prezentirati u neformalnoj geometriji (tijelo-površ-linija-tačka) kako bi do pojma prave (poluprave) došli misaonim produžavanjem duži preko njenih granica do izraza "beskonačno". Pojam prave (pravca) usvaja se neograničenim produživanjem linije (crte) preko krajnjih tačaka dužine. Pri upoznavanju prave (pravca) jako je važno naglasiti da se prava ne može cijela nacrtati, nego da je ravna linija (crta) kojom je prikazujemo samo dogovoreni način njenog prikazivanja.	

U zadacima koje rješavaju učenici treba da uoče, prepoznaju i imenuju sve geometrijske elemente na pravoj liniji i na njoj dviju naznačenih tačaka (prava, dvije tačke, duž, četiri poluprave). Međusobne odnose pravih potrebno je crtati pravilno, uredno i precizno koristeći geometrijski pribor te sve zapisivati matematičkim simbolima. Crtanje okomitih i paralelnih pravih primjenjivati pri crtanju tabela za prikaz različitih podataka, kao što je tabela mjesnih vrijednosti brojeva i sl.

Potrebno je učenicima približiti i pojednostaviti pojam beskonačnosti (prava, ravan) jer su to za njih novi elementi. Učenici stiču vještine korištenja geometrijskih alata za crtanje: linijar, trokut, šestar. Posebnu pažnju posvećujemo poučavanju pravilnog držanja geometrijskog pribora prilikom crtanja i položaja ruku pri crtanju (crtanje linija, duži, paralelnih i okomitih pravih, krugova i kružnica).

C.3.2. Razlikuje, mjeri i upoređuje objekte i pojave prema mjerljivim osobinama, koristi mjerni alat, odgovarajuće mjerne jedinice iz SI sistema.	• Mjeri uz korištenje dogovorenih jedinica i sprava, tačno izražava rezultate mjerenja. • Određuje vremenski tok i vremenske intervale u svakodnevnim situacijama, mjeri vremenski interval potreban za obavljanje neke aktivnosti. • Predviđa ishode mjerenja i provjerava tačnost mjerenja. • Razlikuje i koristi mjerne jedinice za dužinu (m, dm, cm), masu (kg, dag, g), zapreminu tečnosti (l, dl, cl), vrijeme (godina, mjesec, sedmica, dan, sat, minuta) i novac (KM, KF). • Preračunava mjernu jedinicu u odabranu jedinicu i pomoću njih računa (manju mjernu jedinicu u veću i obrnuto). • Sabira i oduzima novčane vrijednosti u svakodnevnom životu. • Povezuje sadržaje sa predmetom Moja okolina kroz upoznavanje jedinica za vrijeme i računanje s njima (korištenje kalendara i sata).
---	--

Poveznice sa ZJNPP

MTP-3.1.1

Ključni sadržaji

- Jedinice za mjerenje dužine (1m, 1dm, 1cm).
- Upoređivanje dužine.
- Jedinice za mjerenje mase (1kg, 1dag, 1g).
- Jedinice za mjerenje zapremine(tečnosti) (1l, 1dl, 1cl).
- Jedinice za vrijeme (godina, mjesec, sedmica, dan, sat, minuta).
- Jedinice za novac (KM, KF).

Preporuke za ostvarenje ishoda

Nastava se temelji na iskustvu učenika. Učenici mjere dužinu na različite načine: stopalom, korakom, spajalicom, olovkom, gumicom,... Zadavati učenicima da izmjere dužinu olovke linijarom. Objašnjavamo im da se razmak između dva brojana linijaru označava centimetrima. S učenicima je poželjno osmisliti aktivnosti pomoću kojih će lakše prepoznavati novčanice i kovanice. To se može postići kroz zadatke riječima u kojima se koristi novac. Također, učenici mogu pomoću igre „Trgovina” vježbati sabiranje i oduzimanje mjernim jedinicama do 100. Razvijati kod učenika kritičko razmišljanje o potrošnji. Učenici određuju vremenske intervale u svakodnevnim situacijama. Uvodimo mjerne jedinice za tečnost: litar, decilitar i centilitar. Mjerne jedinice za masu: kilogram, dekagram i gram. Uvodimo mjerne jedinice za vrijeme: sat, minuta, sekunda, dan, sedmica, mjesec i godina, te računamo s njima u skupu prirodnih brojeva do 100.

Oblast: D/ Podaci i vjerovatnoća	
Ishod učenja	Razrada ishoda
D.3.1. Prikuplja i obrađuje podatke iz različitih izvora i prikazuje ih tabelama, slikovnim i stupčastim dijagramima.	• Prikuplja i razvrstava podatke iz svakodnevnog života. • Prikazuje podatke u jednostavnim tabelama, slikovnim i stupičastim dijagramima. • Objašnjava podatke prikazane jednostavnim tablicama i piktogramima.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-4.1.1 MTP-4.1.2
Ključni sadržaji	
• Tabela, dijagram. • Piktogra.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Potrebno je na nastavi u različitim situacijama prikupiti, razvrstati i prikazivati podatke, npr. pri rješavanju problemskih situacija. Podatke prikazivati u jednostavnim tabelama i stupčastim dijagramima. Podatke date grafičkim ili nekim drugim prikazom treba znati očitati te ih ispravno protumačiti i upotrijebiti. Tablica kao oblik prikazivanja podataka može se upotrebljavati u različitim predmetima i različitim područjima života. Važno je poticati učenike da postavljaju pitanja i to ne samo kada nešto ne razumiju već i da pitanjima šire svoje spoznaje i ideje pri objašnjavanju prikazanih podataka. Pri objašnjavanju i učenju služiti se različitim prikazima podataka. Učenici bi trebali naučiti prikazivati podatke slikovno i čitati piktograme. Čitanje ovakvih grafičkih prikaza posebno je pogodno za uvježbavanje tablice množenja i dijeljenja.	
D.3.2. Procjenjuje, predviđa i zapisuje događaje prema datoj situaciji.	• Određuje i zapisuje rasporede različitih elemenata nekog skupa u kojim je poredak bitan. • Primjenjuje termine: moguć, nemoguć, siguran, slučajan i slično.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-4.2.2
Ključni sadržaji	
• Mjere i mjerenja.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Učenici trebaju razumjeti razliku između sigurnog ishoda, mogućeg ishoda i nemogućeg ishoda. To možemo postići postavljanjem primjerenih pitanja i zadataka.	

4. razred osnovne škole / 4 časa sedmično/ 140 časova godišnje/

Oblast: A/ Skupovi, brojevi i operacije/	
Ishod učenja	Razrada ishoda
A.4.1. Čita, zapisuje i upoređuje brojeve do 10 000.	• Broji, čita i zapisuje cifrom i brojevnom riječi brojeve do 1000. • Koristi redne brojeve do 1. do 1000. • Koristi oznake za rimske brojeve od 1 do 1000 (I-M). • Razlikuje parne i neparne brojeve do 1000 i uočava brojevine obrasce, npr. prethodnika i sljedbenika broja. • Prikazuje brojeve na različite načine. • Određuje mjesne vrijednosti (J, D, S, H). • Upoređuje brojeve do 10 000 koristi znakove >, < i =. • Broji, čita i zapisuje cifrom i brojevnom riječi brojeve do 10 000.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.2
Ključni sadržaji	
• Zapisivanje i čitanje brojeva prve hiljade. • Stotice prve hiljade. • Brojevi do 100 do 1 000. • Abakus - pisanje i čitanje brojeva do 1 000 na abakusu. • Zapisivanje brojeva prve hiljade na brojevnoj polupravo. • Pisane brojeva prve hiljade rimskim ciframa. • Redni brojevi do 1 000. • Upoređivanje brojeva prve hiljade. • Brojevi do 10 000 - pisanje i čitanje višekratnika sadržilaca broja 1 000. • Brojeva poluprava (linija) 0-10 000 sa naznačenim sadržiocima broja 100 (10). • Sabiranje i oduzimanje višekratnika broja 1 000. • Pisanje i čitanje četverocifrenih brojeva. • Upoređivanje četverocifrenih brojeva. • Sabiranje i oduzimanje brojeva u prvoj desetihiljadici.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
U četvrtom razredu skup brojeva proširen je na 10 000. Nakon usvojenog brojevnog niza do 1000, skup brojeva proširuje se do 10 000. Prilikom upoznavanja brojeva preporučuje se upotreba kartica s dekadskim jedinicama i tablice mjesnih vrijednosti. Proširivanje skupa brojeva prve hiljade na skup brojeva do 10 000 treba realizirati postepeno: upoznavanjem svih višekratnika broja hiljade, pa višekratnika broja 100 i konačno broja 10 u prvoj hiljadi. Ovo treba uraditi uz korištenje brojevnih linija. Analogno postupno proširiti skup brojeva na 10 000. Upoznavanje brojeva, njihovo čitanje i pisanje na razne načine, te relacije u skupu brojeva do 1000, mjesna i brojna vrijednost cifre, čine osnovu za dalji rad u području usmenog i pismenog računanja. U ovom razredu potrebno je naučiti zapisivati broj rimskim ciframa do 1000. Sa učenicima koji pokazuju interes i visoke sposobnosti za matematičke sadržaje, nastavnici mogu raditi proširiti brojni niz do 100 000.	

A.4.2. Izvodi osnovne računske operacije s brojevima do 10 000, organizuje i provjerava dobivene rezultate.	• Sabira i oduzima u skupu do 1000, usmeno i algoritamski. • Množi i dijeli u skupu do 1000 algoritamski. • Primjenjuje osobine i povezanost računskih operacija. • Čita i zapisuje decimalne brojeve do dvije decimale. • Koristi računske operacije za rješavanje zadataka iz svakodnevnog života. • Organizuje i provjerava dobivene rezultate.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.2.1 MTP-1.2.2
Ključni sadržaji	
• Pravila o nepromjenljivosti zbira i nepromjenljivosti razlike. • Usmeno sabiranje i oduzimanje brojeva u prvoj hiljadi. • Osobine sabiranja i oduzimanja u prvoj hiljadi. • Pismeno sabiranje i oduzimanje brojeva u prvoj hiljadi. • Zadaci zadani riječima i složeniji brojevni izrazi u prvoj hiljadi. • Osobine proizvoda (komutativnost i asocijativnost). • Množenje zbira i razlike brojem (zakon distributivnosti). • Usmeno množenje u prvoj hiljadi. (Množenje višekratnika broja 10, broja 100 i ma kojeg broja). • Pismeno množenje u prvoj hiljadi. • Dijeljenje u prvoj hiljadi. • Dijeljenje s ostatkom, dijeljenje bez ostatka. • Decimalni brojevi do dvije decimale. • Zadaci zadani riječima i složeniji brojevni izrazi u prvoj hiljadi. • Sabiranje i oduzimanje višekratnika broja 10 u skupu brojeva do 10 000.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
U svim slučajevima usmenog računanja sa zapisivanjem sadržaje treba oblikovati na osnovu postupnosti tako da složeniji slučajevi proističu iz prethodnih, a da se receptivna aktivnost i učenje gotovih modela svede na najmanju moguću mjeru. Usmeno računanje treba izvoditi samo u skupu do 1000 sa zapisivanjem dok jednostavnije slučajeve bez ikakvog zapisivanja. U 4. razredu težište je na algoritamskom računanju sa zapisivanjem. Prelaskom na računanje sa zapisivanjem, ne treba zapostaviti usmeno u smislu njegove primjene u situacijama u kojima se ostvaruje racionalizacija računanja. Od bitnog je značaja da učenici sa razumijevanjem izvedu računanje sa zapisivanjem. Da bi se to postiglo, neophodno je da u početnim fazama računanja postupak bude praćen objašnjenjima. Kasnije se težište prenosi na druga obilježja računanja (brzina, racionalizacija postupaka i dr.). Gledano sa aspekta pojmova množenja i dijeljenja, u prvoj hiljadi se proširuju i produbljuju sadržaji vezani za prvu stotinu (stoticu). Ovdje predviđamo izvjesno proširivanje dosadašnjeg zahtjeva „množenje i dijeljenje jednocifrenim brojem“, time što će se govoriti o množenju i dijeljenju u okviru prve hiljade, bez limitiranja veličine množitelja („jednocifrenim brojem“). Težište će se dati na uočavanje, razumijevanje i primjenu zakona distributivnosti množenja prema sabiranju te na pravilo „svaki sa svakim“. Kada je u pitanju upoznavanje učenika sa decimalnim brojevima, potrebno je da se nastavnici fokusiraju na decimalne brojeve do dvije decimale. Predstave i pojmovi o decimalnim brojevima se formiraju tokom usvajanja nastavnih sadržaja vezanih za razlomke (trećina, četvrtina, šestina, desetina,...), kada se obrađuju nastavni sadržaji vezani za dijeljenje jednocifrenim brojem s ostatkom (npr. $48:5=9(3)$; $48:5=9,60$), kroz vježbe uočavanja decimalnih brojeva na ambalaži (npr. boca od 0,33 l), tokom i nakon inicijalnog i finalnog mjerenja antropometrijskih karakteristika na nastavi Tjelesnog i zdravstvenog odgoja (npr. visina - 1,35 m, tjelesna masa - 41,50 kg), kroz vježbe mjerenja zapremine tečnosti (npr. 2 l i 5 dl ili 2,50 l), upotrebu novca (npr. 1KM+50KF je isto što i 1,50 KM) i sl. Postupno uvoditi učenike u rješavanje zadataka u kojima se pojavljuju zgrade i više računskih operacija. Osobine operacija i zavisnost rezultata od komponenata ne bi trebalo da učenici formalistički usvajaju. Proces učenja ovih sadržaja treba da se zasniva na učeničkom otkrivanju, na dobro odabranim primjerima zadataka, a da se kasnije to znanje primjenjuje u racionalizaciji	

procesa rješavanja zadataka. Prema tome, ove sadržaje ne treba shvatiti kao cilj za sebe, nego kao trajno aktivno znanje.

Sa učenicima koji pokazuju interes i visoke sposobnosti za matematičke sadržaje, nastavnici mogu raditi osnovne računske operacije do 100 000.

Oblast: B/ Algebra

Ishod učenja	Razrada ishoda
B.4.1. Analizira i matematičkim jezikom prikazuje matematičke situacije i strukture koristeći algebarske oznake, te zaključuje na osnovu njih.	- Koristi matematički jezik i simbole pri objašnjavanju u govornoj i slikovnoj formi u skupu brojeva do 1000. - Prikazuje prirodne brojeve do 1000 ($a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$) i opisuje kvantitativne odnose. - Struktura brojeve do 10 000.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1 MTP-2.1.2
Ključni sadržaji	
- Struktura brojeva prve hiljade. - Upoređivanje brojeva prve 1000. - Brojeva linija 0 -10 000. - Struktura brojeva do 10 000.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
U 4. razredu širi se brojevni niz, prvo, do 1000, a zatim do 10 000, ukoliko učenici pokazuju interes i visoke sposobnosti brojni niz može se proširiti i do 100 000 analiziramo strukturu brojeva, prikazujemo brojeve u obliku $a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$, $a \cdot 1000 + b \cdot 100 + c \cdot 10 + d$. Učenici koriste matematički jezik i oznake za osnovne matematičke operacije u skupu brojeva do 1000, upoznaju prvo nealgoritamski način računanja (koristimo se prethodnim znanjima prilikom računanja u obimu do 100), zaključuju po analogiji a zatim se izvodi (prema ustaljenim metodičkim koracima) pojedinačno algoritam osnovnih računskih operacija.	
B.4.2. Primjenjuje matematičke zakonitosti o povezanosti, odnosu, zavisnosti i rješava različite tipove izraza.	- Koristi računske operacije pri rješavanju različitih tipova zadataka i problemskih situacija iz svakodnevnog života. - Izračunava vrijednost izraza, uzimajući u obzir red računskih operacija. - Primjenjuje pravila o nepromjenljivosti zbira i nepromjenljivosti razlike. - Primjenjuje vezu množenja i dijeljenja. - Množi zbir i razliku brojem npr. $(a+b) \times c = a \times c + b \times c$, $(a-b) \times c = a \times c - b \times c$ - Imenuje članove u algebarskim izrazima. - Izračunava vrijednost izraza koji sadrži slovne oznake za odabranu vrijednost promjenljive.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1 MTP-2.1.2
Ključni sadržaji	
- Upoređivanje brojeva (znakovi $>$, $=$, $<$, $\neq$, $\leq$, $\geq$). - Sabiranje i oduzimanje do 1000, usmeno (nealgoritamsko). - Pravila o nepromjenljivosti zbira i nepromjenljivosti razlike. - Svojstva sabiranja i oduzimanja u prvoj hiljadi. - Osobine množenja (komutativnost, asocijativnost). - Množenje zbira i razlike brojem (zakon distributivnosti). - Usmeno množenje. (Množenje višekratnika broja 10 i 100 i ma kojeg broja). - Zadaci zadani riječima i složeniji brojevni izrazi u prvoj hiljadi.	

Preporuke za ostvarenje ishoda	
Učenici sabiraju i oduzimaju u prvoj hiljadi uz povezivanje sa prethodno stečenim znanjima o zakonitostima i pravilima sabiranja i oduzimanja i to prvo usmeno/nealgoritamski, a zatim algoritamski. Osobine množenja i množenje zbira i razlike brojem demonstriramo na konkretnim primjerima, navodimo učenike da formulišu riječima osobine a zatim ih zapisujemo i simbolima. Prilikom primjene računskih operacija važno je znati njihova svojstva kako bi se računanje, a time i primjena, pojednostavila. Učenici će uvrštavati broj u algebarski izraz. Uz sistematičan pristup rješavat će složenije tekstualne zadatke i problemske situacije. Kod učenika poticati korištenje matematičkog jezika, simbola i preciznost u izražavanju.	
B.4.3. Primjenjuje matematičke modele za predstavljanje i tumačenje kvantitativnih odnosa.	• Primjenjuje algoritam pismenog sabiranja i oduzimanja. • Pismeno množi brojeve prema algoritmu množenja. • Primjenjuje algoritam pismenog dijeljenja.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.2.1 MTP-2.3.1
Ključni sadržaji	
• Pismeno/algoritamsko sabiranje i oduzimanje brojeva u prvoj hiljadi • Pismeno/algoritamsko množenje u prvoj hiljadi • Pismeno/algoritamsko dijeljenje u prvoj hiljadi	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Učenici će shvatiti da su se u svakodnevnom životu već srela sa algoritmom i moći će navesti algoritme koje se koriste u svakodnevnom životu (upute kako preći ulicu, upute za povezivanje uređaja), tako će i shvatiti značaj algoritma kao upute za postizanje cilja. To je konačan, određen broj koraka koji treba izvršiti da bi se riješio problem ili došlo do cilja, npr: ALGORITAM PISMENOG SABIRANJA 1. Sabirci se pišu jedan ispod drugog – POTPISUJU, 2. Sabirke podcrtamo (nacrtamo liniju), 3. ZNAK računске radnje se piše s LIJEVE strane, 4. Sabira se od najmanje mjesne vrijednosti od JEDINICA, to znači S DESNA NA LIJEVO, 5. Možemo sabirati odozgo prema dolje ili odozdo prema gore Algoritmu pismenog sabiranja prethode dvije faze metodičke obrade pismenog sabiranja: rastavljanje sabiraka na zbir višekratnika dekadskih jedinica i sabiranje u tablici mjesnih vrijednosti.	
B.4.4. Prikazuje i zapisuje dijeljenje cjeline na jednake dijelove.	• Dijeli jednu cjelinu na jednake dijelove (crtež i model). • Određuje dio cjeline na slici (crtežu) i modelu. • Zapisuje dijelove cjeline kao razlomak. • Upoređuje dobivene rezultate. • Povezuje sliku i brojevni zapis. • Uočava vezu između dijelova cjeline i dijeljenja brojeva.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1
Ključni sadržaji	
• Dijelovi cjeline. • Polovina, trećina, četvrtina, petina... desetina broja. • Upoređivanje dijelova različitih cjelina.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Pojmovi polovina, trećina, četvrtina i sl., odnosno dio broja, učenicima su već poznati kroz usvajanje tablice dijeljenja (dijelovi) i na osnovu veze sa Muzičkom kulturom o vrijednosti trajanja note (cijela nota, polovinka, četvrtinka, osminka, šesnaestinka). Razlomke uvodimo na slikovit način pomoću crteža i modela, tako da učenici boje određeni dio cjeline, a moguće je primjenjivati i praktičan rad, tj. učenici mogu da cjelinu podijele na jednake dijelove (presavijanje i isijecanje papira) ili to rade praktično na modelima (kockice, slagalice, Kazineri materijal, brojevine kvadrice i sl.) i u konačnici da dio cjeline i zapišu kao razlomak koji znaju pročitati npr. jedna petina. Napomena: ovaj ishod učenja ostvaruje se u korelaciji sa ishodima A.4.2. A.4.3. i A.4.4.	

B.4.5. Zapisuje simbolima jednačine i nejednačine, određuje vrijednost nepoznate veličine i provjerava tačnost rješenja.	• Koristi matematički jezik i simbole pri zapisivanju i rješavanju jednačina i nejednačina u skupu brojeva do 1000 ($<$, $>$, $=$). • Sastavlja jednačinu s jednom računskom operacijom (u skupu brojeva do 1000). • Opisuje postupak rješavanja jednačine i nejednačine. • Rješava nejednačine $x+a>b$ i $x+a<b$. • Predviđa rješenja postavljenih elementarnih jednačina. • Računa vrijednost nepoznate veličine primjenjujući veze između računskih operacija, provjerava rješenje u skupu brojeva do 1000.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.4
Ključni sadržaji	
• Upoređivanje brojeva (znaci: $<$, $>$, $=$). • Rješavanje jednačina $x+a=b$, $a+x=b$, $x-a=b$, $a-x=b$. • Rješavanje jednačina $x:a=b$; $a:x=b$; $x \cdot a=b$, $a \cdot x=b$. • Nejednačine tipa $a<x<b$; $a\leq x<b$; $a<x\leq b$. • Rješavanje nejednačina: $x+a>b$ i $x+a<b$ i sl. • Rješavanje nejednačina $x:a>b$; $a:x>b$; $x \cdot a <b$; $a \cdot x <b$ i sl. • Veza između sabiranja i oduzimanja. • Veza između množenja i dijeljenja.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Nepoznati član u jednačinama i nejednačinama se izračunava primjenom veze među računskim operacijama, kao i naučenim postupkom rješavanja i provjeravanja jednačine, odnosno nejednačine. Učenike potičemo da prilikom rješavanja jednačine ili nejednačine riječima iskažu šta je poznato, a šta nepoznato u ovim brojnim izrazima, te koji su to matematički postupci i operacije kojima ćemo doći do rješenja. Svi navedeni oblici jednačina i nejednačina treba da se prožimaju tokom učenja i vježbanja postupaka računanja u skupu brojeva do 1000, tj. rješavanjem zadataka različitih tipova i nivoa složenosti (tekstualni i problemski zadaci).	
B.4.6. Razvija matematičke pretpostavke i primjenjuje logiku pri rješavanju matematičkih problema.	• Sastavlja i rješava brojevnne izraze prema datim (tekstualnim) uvjetima. • Rješava problemske zadatke. • Razvrstava brojeve po različitim kriterijima i predstavlja na brojevnoj liniji, slici, tabeli mjesnih vrijednosti (do 10 000, a zatim do 100 000). • Povezuje osobine računskih operacija po analogiji, zaključuje od pojedinačnog prema općem. • Provjerava istinitost tvrdnje na konkretnim primjerima.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.2.3
Ključni sadržaji	
• Pravila o nepromjenjivosti (stalnosti) zbira i razlike. Zadaci zadani riječima (do 1 0000). • Prosti i složeni brojevni izrazi (do 10 000). • Osobine množenja (komutativnost, asocijativnost). • Množenje zbira i razlike brojem (distributivnost). • Struktura brojeva do 10 000, brojeva linija sa naznačenim višekratnicima (1000, 100, 10), prethodnik i sljedbenik, tabela mjesnih vrijednosti brojeva do 10 000.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Poticati učenike da prije svega kritički razmišljaju i iznose svoje ideje i strategije kojima bi došli do rješenja matematičkih problema. Smisljeno čitanje teksta, razumijevanje pročitano, određivanje šta je poznato, a šta nepoznato, aktivnosti su koje navode na objašnjavanje postupaka koji dovode do rješavanja problemskih zadataka. U zadacima treba da se daje mogućnost kombinovanja računskih operacija, primjena svojstava i matematičkih zakonitosti. Tako bi učenici svoja već stečena znanja uspješno nadograđivali uz izvođenje	

zaključaka i analizu postupaka koji dovode do rješenja. Po mogućnosti sastavljati zadatke koji će biti povezani sa životnim situacijama (sastavljanje cjeline od dijelova slika ili predmeta, plaćanje računa različitim novčanim jedinicama i sl.) te sa obrazovnim područjima npr. jezik i komunikacija, priroda i geografija, zdravlje i sport, ljudi i društvo, kreativnost i dizajn i sl.

Oblast: C/ Geometrija i mjerenja

Ishod učenja	Razrada ishoda
C.4.1. Analizira i povezuje svojstva i odnose geometrijskih elemenata, grafički ih predstavlja.	• Prepoznaje i označava elemente ugla. • Razlikuje i crta pravi, oštri i tupi ugao. • Opisuje trokut, kvadrat i pravougaonik. • Crta geometrijske likove uz pomoć geometrijskog pribora. • Prepoznaje i crta tangram figure. • Prepoznaje i kreira simetrične oblike. • Objašnjava pojmove simetrija i asimetrija. • Crta simetrični dio, tj. drugu polovinu zadanog lika. • Nacrtane likove označava i zapisuje matematičkim simbolima. • Modelira pravougaonik od kvadrata. • Predviđa položaj ose simetrije (zamišljene prave) na zadanim likovima. • Uočava broj simetrala na crtežu. • Koristi osnovne osobine (uključujući osnu i centralnu simetriju) da opiše i uporedi dvodimenzionalne geometrijske oblike (ugao, trougao, četverostrani poligoni). •
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.1

Ključni sadržaji

- Ugao kao dio ravni.
- Kraci i vrh ugla/ Obilježavanje uglova.
- Upoređivanje uglova.
- Pravi, oštri i tupi ugao. Uglovi tangram figura.
- Mjerenje uglova tangram figura polovinom pravog ugla.
- Stranice, vrhovi i uglovi trougla.
- Raznostranični, jednakostranični, jednakokraki i pravougli trougao/trokut (crtanje).
- Crtanje tangram figura.
- Modeliranje pravougaonika od kvadrata.
- Rastavljanje pravougaonika na kvadrate.
- Simetrala. Simetrija i asimetrija.
- Osnosimetrične figure/ Centralnosimetrične figure.
- Poligoni.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Podučavanje o uglu i trouglu/trokutu povezati sa iskustvima učenika. Koristiti origami tehniku-presavijanjem papira doći do pojma pravog ugla i potom vježbati upoređivanje uglova. Koristiti stepen kao veličinu za mjerenje uglova i demonstrirati način upotrebe uglomjera kao pomagala, tj. dijela geometrijskog pribora. Posebnu pažnju treba posvetiti pravilnom crtanju/konstruisanju trouglova (jednakostranični, jednakokraki i pravougli trougao), te pravilnom položaju ruku i geometrijskog pribora pri crtanju istih. Kao nastavno sredstvo za lakše savladavanje ove oblasti najbolje će poslužiti tangram figure. Insistirati da učenici, nakon crtanja zadanih figura, pravilno matematički zapišu i označe stranice, a dužine stranica izraze u odgovarajućim jediničnim mjerama. Kvadrat i pravougaonik učenici će prvo skicirati i crtati pomoću kvadratića u svesci (mreža kvadrata), kako bi što bolje uočili razlike i sličnosti ovih geometrijskih likova. Kao praktičan i očigledan način modeliranja kvadrata potrebno je uvesti modeliranje pravougaonika od dva ili više kvadrata slaganjem (npr. korištenjem tangrama), izrezivanjem geometrijskih likova od papira ili predstavljanjem ovih likova pomoću čačkalica, slamki, drvca šibice, zatezanjem konopca-užeta i sl. Simetrične oblike potrebno je učiti na

slikama, grafikonima, presavijanjem prozirnog papira, crtanjem mreža i sl. Simetriju treba pronalaziti na predmetima iz svakodnevnog života, na svom tijelu (licu), na umjetničkim djelima i dr. Sadržaje vezane za ovaj ishod učenja potrebno je povezati sa nastavom Likovne kulture gdje se uočava i primjenjuje simetrija i asimetrija na likovnim radovima/umjetničkim djelima (ravnoteža kao likovni problem). Učenici će uočavati zajedničke osobine osnosimetričnih i centralnosimetričnih figura.	
C.4.2. Crta krug i kružnicu, označava elemente, uočava svojstva i međusobne odnose.	• Određuje elemente kruga i kružnice koristeći se origami tehnikom. • Crta krug šestarom i njegove elemente (kružnica, središte, prečnik, poluprečnik). • Ističe na kružnici središte, prečnik, poluprečnik i označava matematičkim simbolima (R, r). • Pravilno označava kružnicu.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.2
Ključni sadržaji	
• Modeliranje krugova od papira. • Određivanje elemenata kružnice na modelima, origami – tehnikama. • Ispitivanje položaja središta i crtanje kružnice šestarom. • Elementi kruga i kružnice - prečnik i poluprečnik. • Označavanje kružnice.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Elemente kruga (središte, prečnik, poluprečnik) najlakše je uočiti presavijanjem papira origami tehnikom. Učenici će također uočiti simetriju na polovinama kruga, tj. shvatiti da je prečnik kruga simetrala. Nakon toga potrebno je preći na crtanje kruga i kružnice šestarom, označavanje i zapisivanje matematičkim simbolima.	
C.4.3. Analizira, mjeri i upoređuje veličinu objekata i pojava prema mjerivom svojstvu, koristeći odgovarajuće mjerne instrumente i mjerne jedinice.	• U procesu mjerenja veličina koristi odgovarajuće mjerne instrumente i mjerne jedinice. • Tačno izražava rezultate, ishode mjerenja. • Analogijom povezuje i proširuje znanja o mjernim jedinicama, povezuje decimetar, decigram i decilitar, milimetar, miligram i mililitar...hecto, deka, kilo. • Preračunava jedinice mjerenja istovrsnih veličina, manje u veće i obrnuto u skupu brojeva do 1000. • Očitava vrijednosti mjernih skala.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.2.1. MTP-3.2.2.
Ključni sadržaji	
• Mjerenje dužine. Jedinice za dužinu: 1m, 1dm, 1cm, 1mm (deci, centi, mili). • 1m, 1dam, 1hm, 1km (deka, hekto, kilo). • Mjerenje mase. Jedinice za masu: 1g, 1dg, 1cg, 1mg, 1dag, 1hg, 1kg. • Mjerenje zapremine tekućine. Jedinice za zapreminu tekućine: 1l, 1dl, 1cl, 1ml, 1dal, 1hl, 1kl.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Usvajanjem brojeva do 1000 učenici proširuju ranije stečena znanja o mjernim jedinicama - mjerenje dužine, mase i zapremine tečnosti. Standardne mjerne jedinice sada su proširene pojmovima deci, centi, mili, deka, hekto, kilo i najbolje je da ih učenici upoznaju, usvoje i koriste kroz praktične primjere mjerenja. Mjerenja izvoditi na času (u učionici i izvanučioničkom prostoru), kod kuće kroz izradu domaće zadaće, a posebno je korisna organizacija projektne nastave u korelaciji s nastavom moje okoline. Učenici trebaju znati koje su jedinice veće, a koje manje i kako su one međusobno povezane (jedan mililitar vode ima masu od jednog grama). Mjernu jedinicu 1 ml i mjernu jedinicu 1 mg potrebno je povezati sa stvarnim životom (upotreba lijekova, doziranje, sastav različitih smjesa, kuhanje i sl.). Potrebno je isticati važnost mjerenja u svakodnevnom životu i usavršavanje vještina mjerenja (mjerenje tjelesne mase, mjerenje udaljenosti između mjesta, količina benzina koja je potrebna da se negdje stigne, količina sastojaka da se pripremi hrana i sl.).	

C.4.4. Rješava matematičke zadatke i probleme koji uključuju mjerne jedinice.	• Rješava problemske zadatke sa mjernim jedinicama. • Računa s novcem u problemskoj situaciji. • Uočava odnose među mjernim jedinicama za dužinu, masu, zapreminu tečnosti. • Rješava probleme i zadatke koji uključuju obim, površinu i zapreminu figura.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.2.1. MTP-3.2.2.
Ključni sadržaji	
• Zadaci sa mjerenjima i jedinicama mjerenja. • Obim trougla, kvadrata i pravougaonika (zbir dužina stranica). • Mjerenje i upoređivanje površine geometrijskih likova jediničnim kvadratima (kvadrat, pravougaonik) i tijela (kocka, kvadar). • Mjerenje zapremine tijela koje su sačinjene od kockica. • Problemski zadaci (novac i vrijeme).	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
U ovom dijelu kreirati zadatke počevši od jednostavnijih preračunavanja prema rješavanju složenijih matematičkih zadataka sa jedinicama za dužinu, masu i zapreminu tečnosti. Poticati učenike na razmišljanje i diskusiju o načinu rješavanja problemskog zadatka. Zadavati zadatke koji u sebi sadrže postupak po kojem će učenici doći do rješenja, ali isto tako osmisliti zadatke u kojima ne postoji određeni algoritam rješavanja, nego bi učenik samostalno objasnio put ka rješenju problema. Obim geometrijskih likova računati pomoću crteža i slika, kao zbir dužina stranica lika sa slike. Mjeriti površinu geometrijskih likova pomoću jediničnih kvadrata. Mjeriti zapreminu figura redanjem jediničnih kockica. Moguće je koristiti brojeve kvadrice ili Kazineri materijal za realizaciju ovih sadržaja. Prilikom kreiranja problemskih zadataka sa jedinicama mjerenja uvrstiti i zadatke sa jedinicama za novac. Pri računanju s novcem zaokruživati rezultat na dvije decimale. Rješavanjem ovakvih problema učenicima se olakšava praktična upotreba novca u svakodnevnim životnim situacijama, razvija učenikovo logičko razmišljanje i sposobnost analize problema. Prilikom zadavanja problemskih zadataka sastavljati zadatke koji će uključivati i jedinice za vrijeme kako bi se zadržao kontinuitet u primjeni stečenih znanja iz oblasti mjera i mjernih jedinica.	

Oblast: D/ Podaci i vjerovatnoća	
Ishod učenja	Razrada ishoda
D.4.1. Koristi podatke za rješavanje problema.	• Provodi jednostavna istraživanja u svojoj neposrednoj okolini, prikuplja podatke i prikazuje ih u različitim oblicima i analizira. • Prikuplja, razvrstava i prikazuje podatke piktogramom, tabelom, dijagramom i grafikonom.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-4.1.1.
Ključni sadržaji	
• Rad na tabelama i stupčastim dijagramima. • Rad na tabelama i kružnim dijagramima. • Rad na tabelama i linearnim grafikonomima.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
U matematici možemo osmišljavati projekte u kojima će učenici prikupljati, razvrstavati i prikazivati podatke u tabelama, putem piktograma, dijagrama i grafikona. Moguće je kombinovati ishode učenja iz različitih oblasti za organizovanje projektne nastave (npr. Podaci i vjerovatnoća u kombinaciji sa Geometrijom i mjerenjima). Potrebno je na nastavi u različitim situacijama prikazivati podatke, npr. pri rješavanju problemskih situacija, a u realizaciji služiti se različitim prikazima podataka pri opisivanju, objašnjavanju (tumačenju) ili predviđanju mogućih (vjerovatnih) događaja. Tablica kao reprezentativni oblik može se upotrebljavati u različitim predmetima, razrednim projektima i različitim područjima života, stoga je poželjno, služeći se tablicama, povezivati matematiku s njima. Uvodi se novi pojam polje, uz upotrebu ranije naučenih pojmova red i kolona. Pri prikupljanju podataka potrebno je poticati učenike da ih prikazuju u tablicama i dijagramima (stupčasti i	

kružni) te linearnim grafikonima. Korelacija je moguća s nastavom Moje okoline (mjerenje temperature zraka na mjesečnom nivou, broj sunčanih dana u mjesecu, potrošena količina vode na dnevnoj bazi i sl.). Koristiti što više različitih prikaza podataka, kako za čitanje i interpretiranje, tako i za njihovo predstavljanje. Poticati učenika da objašnjava procedure te postavlja pitanja o novim idejama ili procedurama koje je osmislio. Poticati učenike na postavljanje pitanja i to ne samo kada nešto ne razumiju već i radi proširivanja znanja, a također je važno poticati ih na čitanje podataka iz piktograma, tablica i stupčastog dijagrama. Vještine prikazivanja, interpretiranja i očitavanja podataka sa raznih prikaza koristiti i na drugim časovima, te u svakodnevnom životu.

D.4.2. Koristi elemente kombinatorike s ciljem procjenjivanja i predviđanja događaja.	• Predviđa vjerovatnoću događaja (moguće, nemoguće, siguran i slučajan) u različitim okolnostima.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-4.2.1. 4.2.2.
Ključni sadržaji	
• Predviđanje vjerovatnoće događaja (moguće, nemoguće, siguran i slučajan) u različitim okolnostima.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
U nastavi što češće treba uključivati učenike u raspravu kako bi se njihova vještina usmenog izražavanja razvijala. U raspravi se učenici moraju jasno izražavati, učiti slušati druge, uočavati različite načine razmišljanja, dokazivati i argumentirati svoje tvrdnje, te time razvijaju jezičko-komunikacijsku kompetenciju, kompetenciju učiti kako učiti, poduzetničku kompetenciju i sl. Učenici moraju razumjeti razliku između sigurnog ishoda, mogućeg ishoda i nemogućeg ishoda. To možemo postići postavljanjem primjerenih pitanja i zadataka. Primjeri: 1. Ako je jutro oblačno, hoće li padati kiša? 2. Igra: "Par – nepar". Razgovor o tome da li je igra pravedna. 3. Dvanaest učenika između sebe podijeli brojeve od 1 do 12. Redom bacaju 2 kockice i određuju njihov zbir. Prikazani zbir omogućuje učeniku koji ima taj broj na kartici da se pomakne za jedno mjesto na tablici u kojoj je početno stajalište na 0, a cilj je doći do broja 10. 4. Problemska pitanja: Koji zbir nije moguće dobiti bacanjem kockica? (0, 1 i brojevi koji su veći od 12) Koji su zbirovi vjerovatniji? Koji su zbirovi najvjerovatniji? Da li je igra pravedna? 5. Motivacija: Igra bacanja kockice. Svaki učenik baci kockicu za igru "Čovječe, ne ljuti se". Ako dobije parni broj, mora navesti neki mogući događaj, a ako dobije neparni broj, navodi nemogući događaj. 6. Prije učenja o saobraćaju na časovima Moje okoline, učenike se može pitati koja je saobraćajna sredstva moguće/nemoguće vidjeti u okolini (užem zavičaju) škole, te zašto je to moguće/nemoguće vidjeti. Učenike odvesti u obilazak saobraćajnice u školskom okruženju na kojem će potvrditi/opovrgnuti svoje pretpostavke i možda otkriti neke nove spoznaje. 7. U neprozirnoj su vrećici kugle jednake veličine, ali različitih boja: crvena, žuta i plava. Koje je boje moguće izvući? Koje boje nije moguće izvući?	

5. razred osnovne škole / 4 časa sedmično/140 časova godišnje/

Oblast: A/ Skupovi, brojevi i operacije	
Ishod učenja	Razrada ishoda
A.5.1. Objašnjava i zapisuje skupove na različite načine.	• Opisuje skup prirodnih brojeva N i skup N_0. • Zapisuje skupove u ekvivalentnim zapisima i predstavlja ih grafički koristeći simbole. • Određuje broj elemenata skupa i definiše prazan skup.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.1.
Ključni sadržaji	
• Skup brojeva do 1 000 000. • Skup prirodnih brojeva N i skup N_0.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Za proširivanje brojevnog niza preporučuje se upotreba kartica s dekadskim jedinicama i tablice mjesnih vrijednosti, te prikaz broja na brojevnoj liniji. Posebnu pažnju posvetiti brojanju pri prelazu stotiljadice na milion. Zbog korelacije s drugim predmetima, skup brojeva proširen je na 1000000, odnosno brojeve veće od miliona. Posebnu pažnju potrebno je posvetiti poimanju skupa prirodnih brojeva na način da se koristi heuristička metoda (jedan je najmanji element, nema najvećeg, svaki prirodan broj ima sljedbenika), odnosno skupu N_0 koristeći brojevenu polupravu. Učenici trebaju ponoviti i osnovne pojmove „skup“ i „element skupa“. Fokusrati se na označavanje skupova velikim štampanim slovima, uočavanje elemenata skupa i zajedničku osobinu koja ih grupiše (npr. svi su crveni, svi su kvadrati, svi su parni brojevi, prirodni brojevi manji od 6 i sl.). Uvesti i prikazivanje skupa i njegovih članova navođenjem svih elemenata skupa pomoću vitičastih zagrada, te grafičko predstavljanje skupova pomoću Euler-Vennovog dijagrama. Također, nepohodno je koristiti znakove „pripada“ odnosno „ne pripada“ kod određivanja pripadnosti elementa nekom skupu. Učenici će upoređivati skupove po brojnosti, prepoznavati zajedničke osobine dva skupa, izmještati i dopunjavati elemente skupa.	
A.5.2. Čita, zapisuje i upoređuje brojeve do 1000000.	• Broji, čita i zapisuje cifrom i brojevnom riječi brojeve do 1000 000. • Koristi redne brojeve do 1000 0000. • Razlikuje parne i neparne brojeve do 1000 000 i uočava brojevne obrasce, npr. prethodnika i sljedbenika. • Prikazuje brojeve na različite načine. • Uočava odnose među dekadskim jedinicama (jedinice, desetice, stotice, hiljadice, desetihiljadice, stotihiljadice, milion) i objašnjava odnos broja i vrijednosti pojedine cifre. • Broji, čita i zapisuje cifrom i brojevnom riječi brojeve veće od 1000 000. •
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.2.
Ključni sadržaji	
• Čitanje, pisanje i upoređivanje brojeva do 1000000. • Zapisivanje brojeva u obliku zbira višekratnika dekadskih jedinica. • Čitanje, pisanje i upoređivanje brojeva prvog miliona. • Klase i razredi. • Mjesne i brojne vrijednosti cifara. • Brojeva linija 0 do 1 000 000. • Brojevi veći od miliona. • Setin broj. Legenda o šahovskoj ploči. • Skup prirodnih brojeva N i skup N_0. • Brojeva poluprava brojeva skupa N_0.	

Preporuke za ostvarenje ishoda	
Sadržajima ove tematske cjeline prirodno se proširuju i produbljuju znanja koje su učenici stekli u okviru tematske cjeline hiljada. Sva pravila i zakonitosti o brojevima i računskim radnjama iz prve hiljade uvode se i provjeravaju i u skupu brojeva prvog miliona odnosno u skupu brojeva N_0. I ovdje će se koristiti sva tri pristupa: skupovni, brojevni i perceptivno-predodžbeni, ali sa dominacijom brojevnog pristupa. Upoznavanje brojeva, njihovo čitanje i pisanje na razne načine, te relacije u skupu brojeva do 1000000, mjesna i brojna vrijednost cifre čine osnovu za dalji rad u području usmenog i pismenog računanja. Proširivanje skupa brojeva prve stohiljadice na skup brojeva do 1000000, kao i brojeve veće od miliona treba realizirati postupno: upoznavanjem svih višekratnika broja stohiljada, pa višekratnika broja 10000, broja 1000 i konačno broja 100 i 10 u prvoj desetihiljadici. Ovo treba uraditi uz korištenje brojevnih linija. Posebnu pažnju potrebno je posvetiti poimanju skupa prirodnih brojeva i važnom svojstvu beskonačnosti. Pojam beskonačnosti treba kod učenika razvijati intuitivno i uz upotrebu riječi beskonačno, kao što je slučaj prilikom formiranja pojma prave i ravni.	
A.5.3. Izvodi osnovne računske operacije u skupu brojeva do 1 000 000 i provjerava dobivene rezultate.	• Izvodi računske operacije sabiranja, oduzimanja, množenja i dijeljenja brojevima do 1000000. • Primjenjuje osobine i povezanost računskih operacija. • Koristi računske operacije za rješavanje zadataka iz svakodnevnog života. • Organizuje i provjerava dobivene rezultate.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.2.1. MTP-1.2.2.
Ključni sadržaji	
• Sabiranje i oduzimanje brojeva u prvom milionu (usmeni postupak i pismeni postupak). • Osnovna svojstva sabiranja (komutativnost, asocijativnost, nula kao sabirak). • Primjena osnovnih svojstava sabiranja u računanju. • Brojevni izrazi sabiranjem i oduzimanjem. • Zavisnost zbira od sabiraka. • Nepromjenljivost zbira i primjena. • Zavisnost razlike od umanjenika i umanjioaca. • Nepromjenljivost razlike i primjena. • Oduzimanje zbira od broja. • Množenje jednocifrenim brojem. • Nula i jedinica kao činioci/faktori. • Dijeljenje kao obrnuta operacija množenju. Jedinica i nula u dijeljenju. • Množenje broja dekadskom jedinicom i višekratnikom broja deset. • Dijeljenje broja dekadskom jedinicom. • Množenje zbira i razlike brojem (distributivnost množenja prema sabiranju i oduzimanju). • Dijeljenje zbira i razlike brojem. • Pismeno množenje i dijeljenje jednocifrenim brojem i dvocifrenim brojem. • Osnovna svojstva množenja i primjena (komutativnost i asocijativnost množenja). • Zavisnost proizvoda od činilaca (faktora). • Nepromjenljivost proizvoda i primjena. • Zavisnost količnika od djeljenika i djelitelja. • Nepromjenljivost količnika i primjena. • Množenje i dijeljenje proizvoda brojem. • Množenje i dijeljenje korištenjem olakšica. • Brojevni izrazi u prvom milionu s množenjem i dijeljenjem.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Pismeno sabiranje i oduzimanje u skupu brojeva do milion temelji se na predznanju učenika o pismenom sabiranju i oduzimanju u skupu brojeva do 1000. Treba se koristiti različitim situacijama, zadacima i podacima u kojima će se primjenjivati sabiranje i oduzimanje, kako bi učenici usvojili postupak pismenog sabiranja i oduzimanja do milion, ali nije potrebno insistirati na dugotrajnom računanju s velikim brojevima. Pismeno dijeljenje moguće je izvoditi na dva načina, na duži način ili na kraći način. Preporučuje se kraći, ako je primjeren mogućnostima učenika. Učenike je potrebno poticati na procjenjivanje rezultata te na primjenu algoritma pismenog množenja i dijeljenja dvocifrenim brojem do milion, ali nije potrebno insistirati na dugotrajnom računanju s velikim brojevima. Postupno uvoditi učenike u rješavanje zadataka u kojima se pojavljuju zagrade i više računskih operacija.	

U petom razredu težište treba da bude na sistematizaciji sadržaja odnosno znanja učenika i interpretaciji tih sadržaja na višem nivou. To će se ogledati u strožijim zahtjevima u pogledu primjene opštih brojeva, obrazlaganja rješenja i odnosa između računskih operacija, u razvijenijoj sposobnosti učenika da sastavljaju zadatke prema zadatoj strukturi, u primjeni zagrada, u brzini rješavanja zadataka, u racionalizaciji postupaka, sposobnosti logičkog čitanja matematičkog teksta, terminološkoj korektnosti i drugo.

Oblast: B/ Algebra

Ishod učenja	Razrada ishoda
B.5.1. Analizira i prikazuje strukturu broja koristeći algebarske oznake i izvodi zaključke	- Pozna je i koristi matematički jezik i simbole u skupu brojeva do milion. - Razlikuje brojeve prvog miliona i određuje njihov položaj na brojevnoj liniji. - Struktura brojeva do milion (zapisuje brojeve u obliku zbira višekratnika dekadskih jedinica).
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1. MTP-2.1.2.
Ključni sadržaji	
- Čitanje, pisanje i upoređivanje brojeva prvog miliona. - Brojeva linija 0-1 000 000. - Struktura brojeva do 1 000 000.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
U V razredu brojni niz se širi brojevima do milion, analizira se struktura brojeva, preporučuje se upotreba kartica s dekadskim jedinicama, broj se prikazuje kao zbir proizvoda. Učenici će koristiti matematički jezik i oznake za osnovne matematičke operacije u skupu brojeva do milion, upoznaju prvo nealgoritamski način računanja (koristimo se prethodnim znanjima računanje u obimu do 10000), zaključuju po analogiji, a zatim se primjenjuje pojedinačno algoritam osnovnih računskih operacija.	
B.5.2. Primjenjuje matematičke zakonitosti o povezanosti, odnosu, zavisnosti, modelira i rješava brojevne izraze.	- Računa do 1000 usmeno/ nealgoritamski i koristi se stečenim znanjima pri rješavanju različitih tipova zadataka i problemskih situacija iz svakodnevnog života. - Izračunava vrijednost izraza, uzimajući u obzir red računskih operacija. - Primjenjuje pravila o nepromjenjivosti zbira i nepromjenjivosti razlike. - Primjenjuje vezu množenja i dijeljenja. - Množi zbir i razliku brojem $(a+b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$; $(a-b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$. - Modelira brojevne izraze prema datim (tekstualnim) uvjetima. - Rješava zadatke zadane riječima i problemske zadatke. - Sastavlja i izračunava vrijednost izraza koja sadrže slovo (promjenjivu). - Izračunava vrijednost izraza koji sadrži slovne oznake za odabranu vrijednost promjenjive.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1. MTP-2.1.2.
Ključni sadržaji	
- Sabiranje i oduzimanje u prvom milionu, usmeno (nalgoritamsko). - Veza sabiranja i oduzimanja. - Pravila o nepromjenjivosti zbira i nepromjenjivosti razlike i primjena. - Osnovna svojstva sabiranja (komutativnost, asocijativnost). Nula kao sabirak. - Primjena osnovnih svojstava sabiranja u računanju. - Zavisnost zbira od sabiraka. - Nepromjenjivost razlike i primjena.	

• Zavisnost razlike od umanjenika i umanjioca. • Nepromjenjivost razlike i primjena. • Oduzimanje zbira od broja. • Osnovna svojstva množenja i primjena (komutativnost i asocijativnost). • Zavisnost proizvoda od činilaca. • Nepromjenjivost proizvoda i primjena. • Zavisnost količnika od dijeljenika i i djelitelja. • Nepromjenjivost količnika i primjena. • Množenje i dijeljenje proizvoda brojem. • Osobine množenja (komutativnost, asocijativnost). • Množenjem zbira i razlike brojem (zakon distributivnosti). • Usmeno množenje. (Množenje višekratnika broja 10 i 100 i ma kojeg broja.). • Zadaci zadani riječima i složeniji brojevni izrazi u prvoj hiljadi.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Učenici sabiraju i oduzimanja u prvoj hiljadi uz povezivanje sa prethodno stečenim znanjima o zakonitostima i pravilima sabiranja i oduzimanja i to prvo usmeno, a zatim algoritamski. Osobine množenja i množenje zbira i razlike brojem učenici usvajaju kroz konkretne primjere, ali izvodimo i algebarski zapis. Prilikom primjene računskih operacija važno je znati njihova svojstva kako bi se računanje, a time i primjena pojednostavila. Učenici će uvrštavati broj u algebarski izraz i izračunavati vrijednost izraza, uz sistematičan pristup rješavati će složenije tekstualne zadatke i problemske situacije. Kod učenika poticati korištenje matematičkog jezika, simbola i preciznost u izražavanju.	
B.5.3. Primjenjuje matematičke modele za predstavljanje i tumačenje kvantitativnih odnosa.	• Izvodi računske operacije sabiranja, oduzimanja, množenja i dijeljenja brojevima do milion. • Koristi matematičke pojmove i procedure kako bi formirao matematički model. • Matematičkim modelom predstavlja i tumači kvantitativne odnose. • Pismeno množi i dijeli jednocifrenim brojem prema algoritmu. • Pismeno množi i dijeli dvocifrenim brojem prema algoritmu. • Pismeno množi trocifrenim brojem prema algoritmu. • Razlikuje algoritam od matematičkog modela.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.3.
Ključni sadržaji	
• Pismeno/algoritamsko sabiranje i oduzimanje brojeva u prvom milionu. • Pismeno množenje i dijeljenje jednocifrenim brojem. • Pismeno množenje i dijeljenje dvocifrenim brojem. • Pismeno množenje trocifrenim brojem. • Množenje i dijeljenje korištenjem olakšica.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Pismeno sabiranje i oduzimanje do milion se temelji na predznanju učenika o pismenom sabiranju i oduzimanju u skupu brojeva do 1000, učenici su usvojili algoritam kao konačan niz koraka koji ih vodi do rješenja zadatka, a sada samo računaju sa većim brojevima. Pismeno množenje i dijeljenje do milion se, također, temelji na predznanjima, ali se proširuje na pismeno množenje dvocifrenim i trocifrenim brojem i dijeljenjem dvocifrenim brojem. Pismeno dijeljenje je moguće izvoditi na kraći i duži način (s potpisivanjem djelimičnog proizvoda). Preporučuje se kraći način, ako je primjeren mogućnostima učenika. Učenike je potrebno poticati na procjenu rezultata na svim nivoima, a očekivanja su da će učenici to i postizati.	
B.5.4. Zapisuje dijelove cjeline(razlomke)na različite načine i koristi ih pri rješavanju algebarskih izraza.	• Povezuje slikovni prikaz razlomka s brojevnim zapisom i obrnuto. • Zapisuje i tumači razlomak povezujući ga sa dijeljenjem. • Imenuje brojnik, nazivnik i razlomačku crtu.

	Rješava jednostavne algebarske izraze sa razlomcima.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1.
Ključni sadržaji	
Dijelovi cjeline (razlomci).	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Usvajanje razlomaka i dalje provoditi pomoću slikovnog prikaza i povezivanja slike sa zapisom, ali i obrnuto brojeći zapis prikazati slikom. Imenovati članove razlomka. Uočiti vezu između razlomaka i dijeljenja. Nastavnik će sa učenicima rješavati jednostavne algebarske izraze sa razlomcima, npr. $1/2+1/2=1$, $1/3+1/3+1/3=1$,... Napomena: ishodi B.5.4., B.5.5. i B.5.6. se ostvaruju u kombinaciji te u koterelaciji sa ishodima oblasti A/ Skupovi, brojevi i operacije.	
B.5.5. Rješava jednačine i nejednačine, opisuje postupke rješavanja i provjerava tačnost rješenja.	- Koristi slovo kao simbol za broj. - Razlikuje jednačinu i nejednačinu. - Koristi matematički jezik i simbole pri zapisivanju i rješavanju jednačina i nejednačina u skupu brojeva do milion ($<$, $>$, $=$). - Sastavlja jednačinu s jednom računskom operacijom (u skupu brojeva do milion). - Opisuje postupak rješavanja jednačine i nejednačine. - Predviđa rješenja postavljenih elementarnih jednačina. - Računa vrijednost nepoznate veličine primjenjujući veze između računskih operacija, provjerava rješenje u skupu brojeva do milion.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.2.1.
Ključni sadržaji	
- Upoređivanje brojeva. Znaci $<$, $>$, $=$. - Brojevni izrazi u prvom milionu sa sabiranjem i oduzimanjem koji sadrže promjenjivu (slovo). - Jednačine oblika: $x \cdot a = b$; $a \cdot x = b$; $(x \cdot a) \cdot b = c$. - Jednačine oblika: $ax + b = c$, $(x + a) - b = c$. - Nejednačine oblika: $x \cdot a > b$; $a \cdot x > b$; $x \cdot a < b$; $x \cdot a < b$; $a \cdot x \geq b$; $x \cdot a \leq b$ i sl. - Brojevni izrazi u prvom milionu s množenjem i dijeljenjem koji sadrže promjenjivu (npr. slovo x). - Jednačine oblika: $x \cdot a = b$; $a \cdot x = b$; $x : a = b$; $a : x = b$. - Nejednačine oblika: $a : x > b$; $a : x < b$; $a : x \leq b$; $a : x \geq b$; $x : a > b$ i sl. - Veza između sabiranja i oduzimanja. - Veza između množenja i dijeljenja.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Na osnovu teksta učenik postavlja jednostavnu jednačinu, argumentuje zapis i izračunava nepoznatu veličinu. Nepoznati član se izračunava primjenom veze među računskim operacijama koristeći postupak rješavanja i provjeravanja jednačine i nejednačine. Učenika potičemo da prilikom rješavanja jednačine ili nejednačine riječima iskaže šta je poznato, a šta nepoznato, te koji su to matematički postupci i operacije kojima ćemo doći do rješenja. Svi navedeni oblici jednačina i nejednačina treba da se prožimaju uz usvajanje računskih operacija u prvom milionu kroz tekstualne i problemske zadatke.	
B.5.6. Formulise pitanja svojstvena matematici i logički zaključuje pri rješavanju matematičkih problema i situacija.	Otkriva i objašnjava kriterije po kojima su elementi raspoređeni (parni-neparni brojevi, redni-glavni brojevi, najveći-najmanji brojevi u skupu do milion).

	• Zaključuje po analogiji. • Zaključuje od pojedinačnog ka općem. • Provjerava i pokazuje istinitost tvrdnje na konkretnom primjeru. • Matematičkim postupcima dolazi do rješenja tekstualnih zadataka. • Objašnjava rečenice oblika: „ako je.... onda je...“, „za koliko više ...“, „koliko puta više...“, „za koliko manje“, „koliko puta manje“ i sl.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.3.1.
Ključni sadržaji	
• Niz brojeva do milion, redni brojevi, parni i neparni. • Brojeva poluprava (linija). • Upoređivanje brojeva. Znaci:<,>,<math>=</math>. • Veza između sabiranja i oduzimanja. • Veza između množenja i dijeljenja. • Osnovna svojstva sabiranja i oduzimanja. • Osnovna svojstva množenja i dijeljenja. • Kvadratni brojevi. • Trougaoni brojevi.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Potaknuti učenike da se izražavaju i komuniciraju matematičkim jezikom, da do rješenja dolaze promišljanjem o problemu, da povezuju ranije naučene sadržaje sa novim gradivom. Posebnu pažnju potrebno je posvetiti poimanju skupa prirodnih brojeva i svojstvu beskonačnosti. Zaključivanjem po analogiji dovesti do usvajanja računskih radnji u prvom milionu. Učenike usmjeravati da zaključuju od pojedinačnog i konkretnog ka općem i apstraktnom. Rješavanje tekstualnih zadataka provesti različitim strategijama rješavanja problema. Učenike poticati da primjenjuju usvojena matematička znanja u svakodnevnom životu.	

Oblast: C/ Geometrija i mjerenja	
Ishod učenja	Razrada ishoda
C.5.1. Crta trouglove i četverouglove, analizira njihova svojstva i odnose.	• Opisuje likove: trougao, kvadrat i pravougaonik (vrhovi, stranice, dijagonale i njihovi odnosi). • Crta geometrijske likove. • Uočava sličnosti i razlike kvadrata i pravougaonika. • Modelira pravougaonik od kvadrata. • Razlikuje elemente trougla. • Identifikuje trougao prema broju jednakih stranica.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.1.
Ključni sadržaji	
• Trougao, elementi trougla. • Vrste trouglova. • Modeliranje pravougaonika od kvadrata. • Rastavljanje pravougaonika na kvadrate. • Crtanje trougla (jednakostranični, jednakokraki i pravougli trougao). • Crtanje četverougla (pravougaonik, kvadrat).	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Podučavanje o trouglu potrebno je započeti naslanjajući se na znanja učenika stečena u prethodnom razredu. Potrebno je uočavati stranice trougla i po njima razlikovati vrste trouglova, upotrebljavati tangram kao didaktičko sredstvo. Nastavnik će insistirati na preciznom crtanju kako bi se razvijale motoričke vještine upotrebe geometrijskog pribora. Crtanje kvadrata i pravougaonika započeti skiciranjem i crtanjem pomoću kvadratića u svesci (mreža kvadrata), kako bi učenici što bolje uočili razlike i sličnosti ovih geometrijskih	

likova. Kao praktičan rad uvesti modeliranje pravougaonika od dva ili više kvadrata izrezivanjem likova od papira ili predstavljanjem ovih likova pomoću čačkalica, slamki, drvca šibice, zatezanjem konopca i sl. Nakon takve pripreme učenicima će biti lako usvojiti pravilan postupak crtanja ovih likova. Insistirati da učenici, nakon crtanja zadanih figura, pravilno matematički zapišu i označe stranice, a dužine stranica izraze u odgovarajućim jediničnim mjerama.

C.5.2. Računa obim i površinu geometrijskih likova i tijela.	• Izračunava obim trougla, kvadrata i pravougaonika uz pomoć formule i odgovarajućih mjernih jedinica. • Upoznaje i razlikuje mjerne jedinice za površinu (1 m^2, 1 dm^2, 1 cm^2, 1 mm^2, 1 km^2). • Vrš preračunavanja mjernih jedinica. • Izračunava površinu kvadrata i pravougaonika uz pomoć formule i primjenom odgovarajućih mjernih jedinica. • Opisuje i izračunava površinu geometrijskih tijela (kocka i kvadar) uz pomoć formule i primjenom odgovarajućih mjernih jedinica. • Otkriva i obrazlaže formule za izračunavanje obima i površine pravougaonika, kvadrata, kvadra i kocke.
--	--

Poveznice sa ZJNPP

MTP-3.2.1. MTP-3.2.2.

Ključni sadržaji

- Obim/opseg trougla, kvadrata i pravougaonika.
- Upoređivanje i mjerenje površine pravougaonika (kvadrata).
- Izračunavanje površine kvadrata i pravougaonika.
- Mreža kocke.
- Izračunavanje površine kocke.
- Mreža kvadra.
- Izračunavanje površine kvadra.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Rješavati zadatke mjerenja povezane sa učenikovom okolinom. Poticati ih da kreiraju crteže sastavljene od geometrijskih likova, te da računaju obim i površinu tih likova. Slaganjem slika od dijelova tangrama mjeriti dimenzije likova i računati obim prema formuli. Mjerenje površine pravougaonika i kvadrata započeti mjerenjima pomoću jediničnih kvadrata, a kod tijela, kvadra i kocke, mjeriti veličine pomoću mreže kvadra i kocke (isijecanjem papira) i povezivanjem sa površinom pravougaonika/kvadrata. Nakon takve pripreme učenicima će biti jasnije koliko su i na koji način povezani likovi i tijela, te kako su izvedene formule za izračunavanje površina likova i tijela. Koristiti edukativne igre (premještanje, docrtavanje, isijecanje dijelova slike da se dobije određeni lik) i dostupne interaktivne računarske igre kojima bi se primjenile dobivene informacije o obimu i površini dvodimenzionalnih i trodimenzionalnih geometrijskih figura.

C.5.3. Mjeri i računa zapreminu geometrijskih tijela.	• Imenuje i razlikuje mjerne jedinice za zapreminu (1 m^3, 1 dm^3, 1 cm^3, 1 mm^3). • Preračunava mjerne jedinice i primjenjuje ih pri rješavanju zadataka. • Opisuje i izvodi formule za računanje zapremine kocke i kvadra. • Računa zapreminu kocke i kvadra koristeći formulu i odgovarajuće mjerne jedinice. • Primjenjuje formule za izračunavanje zapremine na praktičnim zadacima iz svakodnevnog života.
---	---

Poveznice sa ZJNPP

MTP-3.2.1. MTP-3.2.2.

Ključni sadržaji

- Modeliranje kvadra od kocki.
- Rastavljanje kvadra na kocke.
- Upoređivanje i mjerenje zapremine kvadara.
- Jedinične mjere za zapreminu (1 m^3 , 1 dm^3 , 1 cm^3 , 1 mm^3).

Izračunavanje zapremine kvadra i kocke.
Preporuke za ostvarenje ishoda
Poučavanje zapremine početi mjerenjem zapremina različitih posuda presipanjem tečnosti. Opisivati vezu između oblika i volumena. Povezati zapreminu tečnosti sa zapreminom prostora. Birati zadatke povezane sa učenikovom okolinom. Formule se izvode redanjem jediničnih kocki ili uz pomoć računarskih simulacija. Kroz različite tipove zadataka vježbati upotrebu formula. Insistirati na obaveznom zapisivanju mjernih jedinica i njihovom pravilnom izgovoru (npr. „kubnih metara“ a ne „metara kubnih“). U zadacima sa preračunavanjem mjernih jedinica koristiti primjere bliske učeničkom iskustvu i one koje se koriste u realnom životu.

Oblast: D/ Podaci i vjerovatnoća	
Ishod učenja	Razrada ishoda
D.5.1. Formuliše problem, prikuplja i obrađuje podatke iz različitih izvora, te ih predstavlja u različitim formama i interpretira na različite načine.	- Prikuplja i razvrstava podatke prema zadatim kriterijima. - Obrađuje prikupljene podatke u sklopu istraživanja. - Rezultate istraživanja prikazuje u različitim formama. - Interpretira rezultate istraživanja na različite načine.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-4.1.1. MTP-4.1.2.
Ključni sadržaji	
Rad na tablicama, različitim grafikonima i dijagramima.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Prilikom prikupljanja i razvrstavanja podataka prema zadatom kriteriju i tokom obrade podataka i interpretacije rezultata, učenici mogu koristiti tehnologiju za prikaz dobivenih rezultata. Potrebno je odabrati odgovarajuće uređaje i programe primjerene učenicima i tehničkim mogućnostima škole. Izrada digitalnih sadržaja najčešće započinje izradom digitalnoga crteža. Ako je moguće, koristiti se uređajima s dodirnom plohom kako bi učenici mogli crtati prstima ili olovkom. Predlaže se za početak i upotreba programa koji nude djelomično gotova rješenja. Potrebno je istražiti mogućnosti modernih multimedijских online programa koji se mogu upotrebljavati u obrazovnu svrhu, izraditi prezentaciju, multimedijски plakat, kalendar i grafički prikaz podataka. Podaci u današnjem informacijskom društvu rezultat su vizuelnog prikaza kvantitativnih informacija u dijagramima, tabelama i grafikonima. Učenici trebaju razumjeti da grafikon i dijagrami pomažu organizirati informacije i pružaju način upoređivanja podataka. Učenici koriste podatke da bi odgovorili na pitanja koja nadmašuju samo čitanje prikazanih podataka (npr. rješavanje problema i izvođenje računanja pomoću podataka, kombiniranje podataka). Prilikom tumačenja različitih podataka u razrednoj nastavi nužno je povezivanje matematike i nekih drugih nastavnih predmeta pa se matematički sadržaji mogu raditi na časovima Prirode, Društva, Likovne kulture, Bosanskog/Hrvatskog/Srpskog jezika i književnosti (STEM i STEAM pristup), organiziranjem projektne nastave, a posebno su pogodni za časove odjeljenjske zajednice (npr. prikupljanje i obrada različitih podataka: uspjeh u učenju, izostanci, učešće u humanitarnim akcijama i dr.).	
D.5.2. Procjenjuje i predviđa ishode istraživanja i ishode događaja u matematičkim igrama.	- Razlikuje manje, više i jednako vjerovatne događaje i povezuje na navedenom primjeru. - Primjenjuje proširenu terminologiju kako bi procijenio ili predvidio ishod događaja/istraživanja (...šansa, nesumičan, hoće se dogoditi, neće se dogoditi, možda će se dogoditi i sl.). - Određuje mogućnost pojavljivanja nekog događaja u datoj situaciji ili jednostavnim matematičkim igrama.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-4.2.1. MTP-4.2.2.
Ključni sadržaji	
- Različite matematičke igre. - Problemski zadaci.	

Preporuke za ostvarenje ishoda

Kroz igru učenici otkrivaju koncepte vjerovatnoće i usvajaju jezik vjerovatnoće. One učenicima omogućavaju da samostalno kroz rješavanje problema izgrađuju novo matematičko znanje, logički zaključuju, argumentuju svoje tvrdnje, povezuju matematičke sadržaje unutar i izvan matematičkog konteksta, prikazuju matematičke ideje na različite načine te komuniciraju koristeći matematički jezik. Izgrađujući znanje o vjerovatnoći učenici istovremeno imaju priliku razvijati matematičke procese i time sticati vještine koje će im biti potrebne u stvarnom životu te koje će ih pripremiti za cjeloživotno učenje. S obzirom da su aktivnosti vezane uz igru, one su učenicima zanimljive, te ih samim time potiču da stvaraju pozitivan stav prema matematici.

Poticati učenike da postavljaju pitanja i govore o svojim predviđanjima, idejama, postupcima čime se potiče njihova znatiželja i kreativnost. Također je važno da učenici znaju predvidjeti ishode istraživanja, verbalizirati zaključke do kojih su došli eksperimentirajući i proučavajući ovo područje. Za predviđanje događaja koristiti termine manje, više i jednako vjerovatan ishod.

6. razred osnovne škole/4 časa sedmično/ 140 časova godišnje/

Oblast: A/ Skupovi, brojevi i operacije	
Ishod učenja	Razrada ishoda
A.6.1. Upotrebljava skupove i operacije nad skupovima.	• Zapisuje skupove ekvivalentnim zapisima i predstavlja ih grafički (EulerVennov dijagram) koristeći simbole. • Određuje broj elemenata skupa. Prepoznaje prazan skup. • Formira podskup, uniju, presjek i razliku skupova, uređeni par i direktni proizvod dva skupa, predstavlja ih grafički i simbolički. • Koristi skupove i skupovne operacije u primjerima iz svakodnevnog života uz grafičku ilustraciju.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.1.
Ključni sadržaji	
• Skup. • Presjek, unija i razlika skupova. • Dekartov proizvod skupova.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Skup, koji su učenici ranije poimali više intuitivno, sada se do određenog stepena formalizuje. Međutim, formalizaciji ovog sadržaja mora se pristupiti oprezno i postupno uz primjere iz učeničkog okruženja. Navesti učenike da sami prepoznaju skupove i da odrede njihove elemente po prepoznatoj osobini. S Vennovim dijagramima uvesti slikovni prikaz skupova, a kasnije i operacije sa skupovima uniju, presjek i razliku takođe predstaviti grafički. Dekartov proizvod skupova predstaviti grafički, šemom i mrežom. Na primjeru pokazati da je $A \times B \neq B \times A$ ističući da je bitan poredak članova unutar uređenog para. Specijalno, ako je $A = B$ onda $A \times A = A^2$ zovemo Dekartov kvadrat skupa A. Po mogućnosti koristiti se različitim elektronskim interaktivnim didaktičkim materijalom. Napomena: realizaciju ovog ishoda povezati sa ishodom C.6.6.	
A.6.2. Brojevnim izrazom u skupu $\mathbb{N}_0$ modelira problemsku situaciju.	• Čita i zapisuje prirodne brojeve uključujući brojeve veće od miliona. • Čita, zapisuje i tumači znakove $<$, $>$, $\leq$, $\geq$, $=$, $\neq$ pri upoređivanju u skupu $\mathbb{N}_0$ do miliona. • Izvodi računske operacije u skupu $\mathbb{N}_0$ primjenjujući osobine računskih operacija. • Pridružuje prirodne brojeve tačkama brojevine prave i očitava ih. • Računa vrijednost jednostavnih algebarskih izraza. • Usmeno računa i procjenjuje rezultat, te tumači dobiveno rješenje u kontekstu problema.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.2. MTP-1.2.1. MTP1.2.2.

Ključni sadržaji	
• Skupovi $\mathbb{N}$ i $\mathbb{N}_0$. • Sabiranje (zbiranje), oduzimanje, množenje i dijeljenje (s ostatkom) u skupu $\mathbb{N}_0$. • Osobine računskih operacija: komutativnost, asocijativnost, distributivnost. • Izrazi s promjenljivim veličinama. • Pridruživanje brojeva po datom pravilu (brojna vrijednost izraza).	
Ishod učenja	Razrada ishoda
A.6.3. Prikazuje i primjenjuje cijele brojeve.	• Na brojnom pravcu istražuje i otkriva cijele brojeve, suprotne brojeve i apsolutnu vrijednost cijeloga broja. • Čita, zapisuje i tumači znakove $<$, $>$, $\leq$, $\geq$, $=$, $\neq$ pri upoređivanju cijelih brojeva. • Pridružuje cijele brojeve tačkama pravca i obratno. • Skupovnim zapisom prikazuje rješenja elementarnih nejednačina u skupu cijelih brojeva.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.2 MTP-2.1.2
Ključni sadržaji	
• Pojam negativnog cijelog broja. • Skup cijelih brojeva. • Pridruživanje cijelih brojeva tačkama brojevine prave. • Suprotni brojevi. • Apsolutna vrijednost cijelog broja. • Uređenje u skupu cijelih brojeva.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Objasniti prirodu proširenja skupa $\mathbb{N}$ na skup $\mathbb{Z}$ (operacije sabiranja i množenja su algebarske u skupu $\mathbb{N}$ dok operacije oduzimanja i dijeljenja nisu). Skupu $\mathbb{N}$ dodajmo 0 i sve negativne brojeve, $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z}$ koristeći se odgovarajućim računanjima sa veličinama koje možemo mijenjati u dva suprotna smjera (vrijeme, kretanje udesno – ulijevo, gore – dolje, geografska dužina i širina,...). Istaknuti razliku između značenja predznaka $+$ i $-$ brojeva od simbola za računске operacije sabiranja i oduzimanja. Definisati pojam suprotnog broja datom broju s osvrtom na njihove jednake apsolutne vrijednosti. Ilustrirati apsolutnu vrijednost i upoređivanje cijelih brojeva na brojevnoj pravci te upotrijebiti termin „koordinata tačke“. Matematičkim zapisom prikazivati skup cijelih brojeva kao i odnos skupova brojeva. Napomena: ovaj ishod je povezan sa ishodom C.7.6.	
A.6.4. Računa s cijelim brojevima.	• Sabira, oduzima, množi i dijeli cijele brojeve primjenjujući osobine računskih operacija. • Obrazlaže izbor matematičkih postupaka pri iznalaženju rješenja. • Procjenjuje i preispituje smislenost rezultata. • Računa vrijednosti jednostavnih algebarskih izraza. • Brojevnim izrazom modelira problemsku situaciju koju rješava.
Poveznice sa ZJNPP	
Ključni sadržaji	

• Sabiranje cijelih brojeva. • Oduzimanje cijelih brojeva. • Osobine sabiranja cijelih brojeva. • Množenje cijelih brojeva i osobine množenja. • Dijeljenje cijelih brojeva.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Prilikom izvođenja operacije sabiranja cijelih brojeva koristiti se primjerima stanja temperature, promjene vodostaja rijeke, nadmorske visine – dubine mora, dobitka – gubitka i dr. Operaciju sabiranja ilustrovati na brojnoj pravoj i poslije više primjera usmenog računanja navesti pravilo sabiranja cijelih brojeva istog i različitog predznaka. Operaciju oduzimanja uvesti kao obrnutu operaciju sabiranja. Koristiti odgovarajuće primjere iz stvarnosti za uvođenje pravila množenja u skupu cijelih brojeva. Prvo se izvodi osnovno pravilo za množenje dva cijela broja zatim analogijom to se pravilo proširuje na množenje tri cijela broja te se na kraju to pravilo generalizira. Pokazati osobine operacija sabiranja i množenja cijelih brojeva na primjerima te ukazati da ova svojstva vrijede u skupu $\mathbb{Z}$ kao i u skupu $\mathbb{N}$. Dijeljenje definisati kao obrnutu operaciju operaciji množenja. Navedene operacije u skupu $\mathbb{Z}$ vježbati rješavajući matematičke mozgalice, premetaljke, brojevnice nizove, magične kvadrate ...	
A.6.5. Analizira svojstva i odnose brojeva u skupu $\mathbb{Z}$.	• Razlikuje svojstva skupova $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ i njihove međusobne odnose uz grafičku ilustraciju. • Koristi apsolutnu vrijednost cijelog broja. • Prikazuje cijele brojeve na brojevnoj pravoj i opisuje kvantitativne odnose. • Reda po veličini cijele brojeve koristeći se produženom nejednakošću. • Bira prikladan zapis broja u kontekstu problema.
Poveznice sa ZJNPP	
Ključni sadržaji	
• Skup cijeli brojeva $\mathbb{Z}$. • Apsolutna vrijednost cijelog broja. • Uređenje skupa cijelih brojeva.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Skup pozitivnih racionalnih brojeva proširujemo na skup racionalnih brojeva ukazujući na potrebu za tim. Dobar način grafičkog prikazivanja odnosa skupova brojeva $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ su Vennovi dijagrami. Poticati učenike da usmenim računanjem prelaze između različitih zapisa racionalnih brojeva. Napomena: realizaciju ovog ishoda povezati sa ishodom C.7.6.	
A.6.6. Bira i kombinuje metode i operacije za rješavanje problema u skupu $\mathbb{Z}$.	• Sabira, oduzima, množi i dijeli cijele brojeve. • Primjenjuje osobine i povezanost računskih operacija u skupu $\mathbb{Z}$. • Rješava problemske situacije koristeći cijele brojeve, procjenjuje i provjerava tačnost dobivenih rješenja
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.2.1
Ključni sadržaji	
• Računske operacije sa cijelim brojevima. • Osobine računskih operacija u skupu $\mathbb{Z}$. • Brojevni izrazi sa cijelim brojevima, sa i bez zagrada.	

Preporuke za ostvarenje ishoda
Razvijati naviku racionalisanja postupaka u toku rada. Brojeve izraze rješavati na više načina.

Oblast: B/ Algebra	
Ishod učenja	Razrada ishoda
B.6.1. Primjenjuje djeljivost prirodnih brojeva.	- Primjenjuje djeljivost brojevima 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10 i 15 i tumači postupak koji provodi. - Rastavlja broj na proste faktore. - Pronalazi zajedničke djelioce, najveći zajednički djelilac NZD, zajedničke višekratnike (sadržaoce), najmanji zajednički sadržalac (NZS) dvaju i više prirodnih brojeva. - Primjenjuje osobine djeljivosti proizvoda prirodnih brojeva. - Tumači dobiveno rješenje u kontekstu problema. - Opisuje i primjenjuje svojstvo relativno prostih brojeva
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1. MTP-2.1.2.
Ključni sadržaji	
- Djelitelj i sadržalac broja. - Djeljivost zbira, razlike i proizvoda. - Djeljivost sa 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 15,... - Prosti, složeni i relativno prosti brojevi. - Rastavljanje broja na proste faktore. - Najveći zajednički djelilac NZD. - Najmanji zajednički sadržalac NZS.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Kroz niz primjera učenik treba da količnik "a podijeljeno sa b" povezuje sa jednašću $a = b \cdot q + r$, $0 \leq r < b$, odnosno sa $a = b \cdot q$ ukoliko su a i b djeljivi bez ostatka. Pojam djeljivosti može se sada korektno tumačiti pa i definisati. Prije nego što se obradi djeljivost brojevima 2, 3, 4, 5, ... potrebno je na dosta konkretnih primjera pokazati djeljivost zbira, razlike odnosno proizvoda brojem. Zatim, primjenom konkretizacije voditi učenike do „otkrića“ te izvesti odgovarajuće generalizacije i dati zaključke o djeljivosti prirodnih brojeva. Nakon toga dobivene zaključke uopštiti u pravila o djeljivosti prirodnih brojeva. Uvesti pojam najmanji zajednički sadržalac i najveći zajednički djelilac za dva ili više prirodnih brojeva. Moguća istraživanja: savršeni brojevi, prijateljski brojevi,...	
B.6.2. Prepoznaje funkcije (preslikavanja) i predstavlja ih tabelom i grafički.	- Razlikuje domen i kodomen funkcije. - Razlikuje nezavisno promjenljivu veličinu x od zavisno promjenljive veličine y. - Simbolom označava funkciju. - Funkciju predstavlja tabelom i grafički.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1. MTP-2.1.2.
Ključni sadržaji	
Pojam funkcije	

Preporuke za ostvarenje ishoda
Prvo spomenuti primjere u kojima se javlja potreba da se svakom elementu nekog skupa pridruži određeni elemenat nekog drugog ili istog skupa npr. svakom djetetu pridružuje se ime, kupljenom automobilu registarske tablice, itd. Istaknuti da je funkcija definisana domenom, kodomenom i propisom (pravilom, dogovorom), te je predstaviti tabelom i grafikom. Ovaj sadržaj povezati sa sadržajima drugih nastavnih predmeta kroz interaktivne digitalne materijale.

Oblast: C/ Geometrija i mjerenja mjerenja	
Ishod učenja	Razrada ishoda
C.6.1. Određuje vrstu ugla i crta ugao.	- Opisuje, crta i označava ugao i njegove elemente. - Prepoznaje, upoređuje i crta pravi, oštri, tupi, ispruženi i puni ugao. - Razlikuje konveksne i nekonveksne uglove. - Prepoznaje i ističe tačke koje pripadaju ili ne pripadaju uglu.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.1.
Ključni sadržaji	
- Ugao (pojam, elementi, obilježavanje). - Vrste uglova: puni, opruženi, tupi, pravi, oštri, nula- ugao. - Konveksni i nekonveksni uglovi. - Prenošenje i upoređivanje uglova.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
O uglovima čujemo u svakodnevnom životu npr. promijenio se za 180° , ruže su zasađene u uglovima bašte, zavisi iz kog ugla gledaš,... Da bi učenici usvojili pojam ugla koristiti se raznim primjerima iz učenikovog okruženja te animacijama vezanim za ovu temu.	
C.6.2. Definiše i konstruiše krug i njegove elemente.	- Definiše i konstruiše krug i njegove elemente (kružnica, poluprečnik i centar) koristeći matematičke simbole. - Prepoznaje centralni ugao kružnice i njegove osobine. - Utvrđuje međusobni odnos kružnice i prave kao i odnos dvije kružnice.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.1. MTP-3.1.2.
Ključni sadržaji	
- Kružnica i krug. - Konstrukcija kruga i njegovih elemenata (kružnica, poluprečnik, centar). - Prava i kružnica. - Odnos dviju kružnica. - Centralni (središnji) ugao, kružni luk i tetiva.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Prilikom navođenja elemenata (centar, poluprečnik,...) kojima definišemo pojmove krug, kružnica,... poželjno je spomenuti njihove sinonime kako bi učenici mogli bez poteškoća koristiti i literaturu iz susjednih zemalja, a na taj način obogaćivati svoj matematički rječnik. Voditi računa o pravilnoj upotrebi geometrijskog pribora. Poželjno je koristiti papir bez linija. Poticati na razmišljanje pitanjima npr. na koliko skupova tačaka kružnica dijeli jednu ravan i sl. Kako bi učenici shvatili da je kružnica zakrivljena linija koja omeđuje krug ali i da je njegov sastavni dio, važno je koristiti se ilustracijama na kojima je unutrašnjost kruga obojena. Time se odmah uočava da je krug K površ, a kružnica k rubna linija. Po mogućnosti koristiti se različitim elektronskim interaktivnim didaktičkim materijalom.	

C.6.3. Računa mjeru ugla.	• Mjeri i crta uglove pomoću uglomjera. • Računa mjeru ugla u stepenima, minutama i sekundama. • Opisuje susjedne, uporedne i unakrsne uglove. • Određuje mjere susjednih, uporednih i unakrsnih uglova.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.1.
Ključni sadržaji	
• Mjera ugla. • Susjedni, uporedni i unakrsni uglovi. • Računske operacije sa mjernim brojevima za uglove. • Komplementni i suplementni uglovi.	

Preporuke za ostvarenje ishoda	
Pokazati kako pomoću uglomjera mjerimo i crtamo uglove te ukazati da je mjera ugla imenovani broj, a nekad i višeimenovani broj npr. $28^{\circ}12'$. U skladu s tim uglove sabiramo i oduzimamo, a takođe uglove možemo da množimo i dijelimo prirodnim brojem. Ponuditi učeniku nacrtan ugao kako bi prepoznao o kojemu je uglu riječ bilo da se radi o određivanju mjere ugla (30° , 60° , 45° , 90° , 180° , 360°) ili o vrsti ugla. Poticati na razmišljanje pitanjima npr. da li su susjedni uglovi ujedno i uporedni ili je obratno, da li uporedni uglovi mogu biti jednaki,...	
C.6.4. Pridružuje cijele i racionalne brojeve tačkama brojevnih ose.	• Pridružuje tačke pravca cijelim i racionalnim brojevima (ishodište, jedinična duž, koordinata tačke). • Očitava koordinatu tačke, opisuje njen položaj na brojnoj osi te zapisuje matematičkim simbolima. • Procjenjuje položaj racionalnog broja u odnosu na najbliže cijele brojeve.
Poveznice sa ZJNPP	
Ključni sadržaji	
• Prikazivanje cijelih i racionalnih brojeva na brojevnoj osi. • Pridruživanje decimalnih brojeva tačkama na brojevnoj osi.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Na brojnoj osi prikazivati razlomke sa nazivnikom manjim od broja 10. Po mogućnosti koristiti se različitim elektronskim interaktivnim didaktičkim materijalom. Napomena: realizaciju ovog ishoda povezati sa ishodima A.6.3. i A.6.5.	
C.6.5. Crta tačke zadane koordinatama iz skupa N_0 u pravougloj koordinatnom sistemu u ravni.	• Organizira pravougli koordinatni sistem u ravni (ishodište, jedinične duži, koordinate tačke, koordinatne osi). • Povezuje koordinate tačke i uređeni par prirodnih brojeva. • Očitava i crta tačke zadane koordinatama iz skupa N_0 uz odgovarajući zapis matematičkim jezikom. • Crta likove određene tačkama s koordinatama iz skupa N_0.
Poveznice sa ZJNPP	

Ključni sadržaji	
• Pravougli koordinatni sistem u ravni. • Uređeni par. • Tačke sa koordinatama iz skupa N_0.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Stvarati likove i slike. Igre: šah, potapanje brodova. Koristiti po mogućnosti namjenski računarski software npr. Geometer's Sketchpad i Geogebra – kompjuterski program za nastavu matematike.	
C.6.6. Analizira svojstva i odnose geometrijskih elemenata, te koristi simbole i različite prikaze.	• Razlikuje odnose između tačaka, duži, pravih, polupravih u ravni koristeći matematičke simbole i obrnuto. • Razlikuje paralelne i okomite prave. • Razlikuje ravan i poluravan.
Poveznice sa ZJNPP	
Ključni sadržaji	
• Izlomljena linija, mnogougao. • Tačka, poluprava, prava, poluravan i ravan. • Paralelne i okomite prave u ravni.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Pravu i polupravu potrebno je pravilno crtati koristeći se geometrijskim priborom, označavati i imenovati. Navoditi učenike da naučene geometrijske likove (prava, poluprava, duž, izlomljena linija, ...) dožive kao skupove tačaka. Odnose između geometrijskih likova zapisati pomoću simbola za uniju, presjek i razliku skupova. Po mogućnosti koristiti namjenske računarske software npr. Geometer's Sketchpad, Geogebra, Auto Cad – kompjuterski program za nastavu matematike. Napomena: realizaciju ovog ishoda povezati sa ishodom A.6.1,	
C.6.7. Odabira i preračunava odgovarajuće mjerne jedinice.	• Preračunava mjerne jedinice za dužinu, masu, vrijeme, površinu (mm^2, cm^2, dm^2, m^2, km^2) i mjeru ugla, primjenjujući ih pri rješavanju problema.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.2.1.
Ključni sadržaji	
• Mjerne jedinice za dužinu, masu, vrijeme, površinu i mjeru ugla.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Često su u problemskim zadacima dati podaci sa različitim mjernim jedinicama koje je potrebno preračunavati da bi se došlo do željenog rješenja. Mjerne jedinice sa kojima ćemo se susretati su za dužinu: km, m, dm, cm, mm; za masu: t, kg, dag, g, mg; za vrijeme: s, min, h, dan, sedmica, mjesec, godina; za mjeru ugla: ugaoni stepen, ugaona minuta, ugaona sekunda za površinu: mm^2, cm^2, dm^2, m^2, km^2.	

Oblast: D/Podaci i vjerovatnoća

Ishod učenja	Razrada ishoda
D.6.1. Čita i prezentuje podatke predstavljene tabelom, dijagramom ili koordinatnim sistemom.	• Čita podatke predstavljene tabelom, dijagramom ili koordinatnim sistemom. • Prezentuje prikupljene podatke koristeći tabelu, dijagram ili koordinatni sistem. • Računa aritmetičku sredinu dva broja.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-4.1.2
Ključni sadržaji	
• Rad sa dijagramima. • Aritmetička sredina dva broja.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Nakon obrađene teme o skupovima brojeva moguće je učenicima predstaviti razne dijagrame npr. linijski i stupčasti, kako bi im se prikazali i pročitali podaci sa njih. Također, nakon obrađene teme o racionalnim brojevima moguće je predstavljati podatke koristeći se kružnim dijagramom. Navedenu oblast koristiti pri rješavanju problemskih zadataka iz svakodnevnog života te projektnih zadataka uz samostalno ili grupno istraživanje i pronalaženje rješenja.	

7. razred osnovne škole / 4 časa sedmično/140 časova godišnje/

Oblast: A/ Skupovi, brojevi i operacije	
A.7.1. Povezuje i primjenjuje različite prikaze razlomaka.	- Povezuje slikovni prikaz razlomka s brojnim zapisom i obratno. - Čita, zapisuje i tumači razlomak povezujući ga s dijeljenjem. - Povezuje različite zapise razlomaka, mješovitih brojeva i prirodnih brojeva. - Definiše razmjeru (omjer) i primjenjuje je.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.2. MTP-2.1.2.
Ključni sadržaji	
- Pojam i prikaz razlomka. - Pravi, nepravi, prividni razlomci i mješoviti brojevi. - Razmjera (omjer).	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Prilikom povezivanja različitih brojevnih zapisa razlomaka koristiti se crtežima, modelima, savijanjem papira, brojnim pravcem i digitalnim alatima. Kroz odabrane primjere osvijestiti kod učenika vezu između razlomka i operacije dijeljenja. Razmjeru brojeva primijeniti u zadacima koji se povezuju sa sadržajima nastave geografije (omjeri na kartama) te kroz ostala obrazovna područja: sport i zdravlje, ljudi i društvo, kreativnost i dizajn i sl. Po mogućnosti koristiti se Geogebrom i drugim matematičkim programima koji su pogodni za jednostavno i brzo prikazivanje različitih razlomaka i odnosa između cijelog i njegovih dijelova kao i između samih dijelova cijelog. Napomena: realizaciju ovog ishoda povezati sa ishodom C.6.4.	
A.7.2. Proširuje i skraćuje razlomke i svodi ih na zajednički nazivnik.	- Proširuje i skraćuje razlomke. - Skraćuje razlomak do nesvodivog razlomka. - Svodi razlomke na zajednički nazivnik i najmanji zajednički nazivnik uz obrazloženje postupka. - Tumači rješenje u kontekstu problema.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.2.1.
Ključni sadržaji	
- Proširivanje i skraćivanje razlomaka. - Svođenje razlomaka na jednake nazivnike.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Pri uvođenju postupka proširivanja i skraćivanja razlomaka, te svođenja na zajednički nazivnik koristiti se slikovnim prikazom, te voditi računa da nazivnici ne trebaju biti veliki brojevi. Ravnopravno uključiti prirodne i mješovite brojeve te decimalne zapise racionalnih brojeva.	

A.7.3. Povezuje i primjenjuje različite zapise decimalnih brojeva.	• Čita, zapisuje i tumači decimalne brojeve. • Objašnjava mjesne vrijednosti decimalnih brojeva. • Povezuje i primjenjuje različite zapise brojeva (prirodnih, decimalnih brojeva, razlomaka, mješovitih brojeva). • Bira odgovarajući oblik broja u kontekstu problema. • Otkriva beskonačne decimalne brojeve.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.2. MTP-2.1.2.
Ključni sadržaji	
• Decimalni razlomci i decimalni zapis broja. • Pretvaranje razlomaka u decimalne brojeve i obratno. • Beskonačni decimalni broj.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Istaknuti da decimalni zarez u matematici odgovara decimalnoj tački u nekim područjima i na kalkulatoru. Ukazati na vezu između razlomka i operacije dijeljenja te na ekvivalentne razlomke jednakih vrijednosti a različitog zapisa (prošireni i skraćeni razlomci). Poticati učenike da usmenim računanjem prelaze između različitih zapisa brojeva (posebno kod razlomaka čiji je nazivnik 2, 4, 5 ili dekadski jedinica). Navođenjem odabranih primjera npr. date razlomke $4\frac{9}{5}, \frac{5}{8}, \frac{1}{25}$ predstaviti u decimalnom obliku, zaključiti da razlomke možemo predstaviti kao konačne decimalne brojeve ili kao decimalne brojeve sa beskonačno mnogo decimala kod koji se jedna ili više cifara beskonačno ponavlja. Napomena: realizaciju ovog ishoda povezati sa ishodom C.6.4.	
A.7.4. Zaokružuje decimalne brojeve.	• Primjenjuje pravila zaokruživanja decimalnih brojeva. • Smisleno zaokružuje prirodne i decimalne brojeve prema uslovima zadatka. • Uočava grešku pri zaokruživanju i procjenjuje njen uticaj na rješenje. • Tumači dobiveno rješenje u kontekstu problema.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.2.
Ključni sadržaji	
• Zaokruživanje decimalnih brojeva.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Napomenuti da za potrebe praktičnog računanja ili za provjeru smislenosti rješenja nije uvijek potrebno precizno računanje. Na osnovu navedenih pravila koje koristimo pri zaokruživanju brojeva, dobivene vrijednosti tada zaokružujemo do npr. najbliže desetice, stotice ili najbližeg cijelog, itd. Znak $\approx$ čitamo „približno“. Primjenjivati zaokruživanje decimalnih brojeva prilikom npr. računanja sa novcem. Po mogućnosti koristiti se različitim elektronskim interaktivnim didaktičkim materijalom.	

A.7.5. Računa sa razlomcima i decimalnim brojevima.	• Sabira, oduzima, množi i dijeli razlomke i decimalne brojeve primjenjujući svojstva računskih operacija. • Računa vrijednosti jednostavnih algebarskih izraza. • Raščlanjuje složene problemske situacije ili izračunavanja u jednostavnije korake kako bi došao do rješenja. • Rješava problemsku situaciju, procjenjuje i provjerava tačnost dobivenih rješenja, te ih povezuje s kontekstom problema.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.2.1. MTP-1.2.2.
Ključni sadržaji	
• Računske operacije sa razlomcima. • Računske operacije sa decimalnim brojevima. • Osobine računskih operacija u skupu Q. • Vrijednost jednostavnog algebarskog izraza za zadane razlomke ili decimalne brojeve. • Brojevni izrazi sa razlomcima i decimalnim brojevima.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Koristi grafičke prikaze, slike, animacije i slično kako bi učenici lakše uočili pravila računskih operacija sa razlomcima. Kod operacija sa decimalnim brojevima usmeno računati i procjenjivati rezultat kad god je to moguće. Računati vrijednosti jednostavnih algebarskih izraza za zadane vrijednosti. Rješavati matematičke mozgalice, premetaljke, brojne nizove, magične kvadrate, tarsije i slično. Poticati učenike da crtaju mape uma kako bi sistematično ponovili i povezali gradivo. Koristiti se programima dinamične geometrije (Geogebra i sl.) te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim programima, alatima i edukativnim igrama.	
A.7.6. Primjenjuje upoređivanje razlomaka i decimalnih brojeva.	• Upoređuje racionalne brojeve različitog zapisa. • Bira odgovarajući zapis racionalnog broja u kontekstu zadatka. • Reda po veličini racionalne brojeve koristeći se produženom nejednakošću. • Tumači dobiveno rješenje u kontekstu problema.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.2.
Ključni sadržaji	
• Upoređivanje razlomaka. • Upoređivanje decimalnih brojeva.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
S ciljem razumijevanja postupka upoređivanja razlomaka, na mjestu brojnika i nazivnika koristiti se manjim brojevima. Poticati učenike na zaokruživanje decimalnih brojeva u kontekstu zadatka, te procjenu greške. Po mogućnosti koristiti se različitim elektronskim interaktivnim didaktičkim materijalom.	

Oblast: B/ Algebra	
B.7.1. Rješava i primjenjuje linearne jednačine i nejednačine u skupu Q.	- Sastavlja jednačinu i nejednačinu koristeći računske operacije i zgrade u skupu Q. - Rješava linearnu jednačinu oblika $ax=b$, $a,b \in Q$ provjeravajući tačnost dobivenog rješenja. - Izražava nepoznatu veličinu iz jednostavne linearne jednačine koristeći se vezom među računskim operacijama. - Tumači i raščlanjuje postupak rješavanja jednačine i nejednačine. - Obrazlaže smislenost rješenja zadatog problema. - Obrazlaže rješenja nejednačina na brojevnoj polupravoj.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.2.1. MTP-2.2.2. MTP-2.2.3.
Ključni sadržaji	
- Linearne jednačine u skupu Q. - Linearne nejednačine u skupu Q.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Jednačine i nejednačine uvesti analogijom vage za mjerenje (ravnoteža lijeve i desne strane). Lijeva strana je jednaka desnoj strani, pa ako i jednoj i drugoj strani istovremeno dodamo ili oduzmemo isti broj, nećemo narušiti ravnotežu. Početi sa rješavanjem osnovnih linearnih jednačina oblika: $x + a = b$, $x - a = b$, $a - x = b$, $a \cdot x = b$, $x : a = b$, $a : x = b$, gdje su a i b prirodni ili pozitivni racionalni brojevi a zatim preći na rješavanje složenijih jednačina koje se svode na osnovne. Povezati zadanu linearnu jednačinu sa odgovarajućim problemskim zadatkom – matematička priča. Rješavati jednačine i nejednačine (nepoznat sabirak, umanjenik, faktor ili dijeljenik), gdje je to moguće, ekvivalentnim transformacijama koristeći se osobinama jednakosti i nejednakosti, npr. $x + 3 = 10 / -3 \quad \square \quad x + 3 - 3 = 10 - 3 \quad \square \quad x = 7$. Kada je umanjenik ili djelilac nepoznata veličina datu jednačinu/nejednačinu rješavati koristeći se vezom između računskih operacija. Insistirati na argumentovanju postupka prilikom rješavanja kao i na provjeri rješenja. Uvesti primjere sa izračunavanjem obima i površine kvadrata i pravougaonika (veza sa ishodom C.6.7.), te sa izračunavanjem nepoznate stranice ako su poznati obim ili površina geometrijskog lika. Rješavati osnovne linearne nejednačine, a zatim složenije te posebnu pažnju obratiti predstavljanju rješenja na brojnoj polupravoj (veza sa ishodom C.6.4.) i provjeri rješenja.	
Ishod učenja	Razrada ishoda
B.7.2. Sastavlja i rješava linearne jednačine i nejednačine u skupu Q.	- Prikazuje linearne jednačine i nejednačine koristeći računske operacije i zgrade u skupu Q. - Opisuje postupak rješavanja jednačine i nejednačine u skupu Q. - Izražava nepoznatu veličinu iz jednostavne jednačine, koristeći se osobinama računskih operacija u skupu Q. - Koristi se obimom i površinom

	geometrijskih likova za računanje dužina njihovih stranica i visina. • Predstavlja na različite načine rješenja linearnih jednačina i nejednačina. • Obrazlaže smislenost rješenja zadatog problema. Prošireni sadržaj: • Rješava jednačine sa apsolutnim vrijednostima i obrazlaže smislenost rješenja.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.2.1 MTP-2.2.2 MTP-2.2.3
Ključni sadržaji	
• Linearne jednačine i nejednačine sa sabiranjem, oduzimanjem, množenjem i dijeljenjem u skupu Q. • Primjena linearnih jednačina u skupu Q. • Prošireni sadržaj: • Jednačine sa apsolutnim vrijednostima.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Jednačine i nejednačine rješavati preko ekvivalentnih transformacija koristeći se osobinama računskih operacija. Da bi se postupak rješavanja linearnih jednačina i nejednačina mogao skraćivati potrebno je prvo da učenici nauče ispravan način npr. Jednačina $a + x = b$ u skupu Q ima jedinstveno rješenje. Koraci rješavanja (četiri koraka): 1. $-a + (a + x) = -a + b$ (aksiom o dodavanju jednakim stvarima jednakog) 2. $(-a + a) + x = -a + b$ (asocijativnost sabiranja) 3. $0 + x = -a + b$ (suprotan element) 4. $x = b - a$ (komutativnost sabiranja) Prilikom rješavanja jednačina i nejednačina dati komentar na njihovu rješivost u skupu N odnosno Z ili Q te uočavati kako se dobiveni skup rješenja razlikuje. Insistirati na provjeri rješenja date jednačine i nejednačine. Naglasak je na sastavljanju jednačina sa običnog jezika zadanog problema na matematički jezik (postupak poznat pod nazivom Descartesova metoda) i njihovom rješavanju uz provjeru smislenosti rješenja. Rješavanje matematičkih problema višestruko je korisno jer omogućava razvijanje logičkog mišljenja učenika, dosjetljivost i umijeće samostalnog provođenja nevelikih istraživanja. Ovu oblast povezati sa sadržajima iz STEM grupe nastavnih predmeta Biologija, Fizika, Hemija, Geografija kao i sa obrazovnim područjima: jezik i komunikacija, priroda i geografija, sport i zdravlje i sl. upotrebom primjerenog izbora zadataka. Napomena: realizaciju ovog ishoda povezati sa ishodima C.7.4 i C.7.6.	

Oblast: C/ Geometrija i mjerenja	
Ishod učenja	Razrada ishoda
C.7.1. Konstruiše ugao i njegovu simetralu.	• Konstruiše uglove od 30°, 60°, 90°, 120° i njihove kombinacije primjenjujući svojstva simetrane ugla. • Prepoznaje i analizira uglove sa paralelnim i okomitim krakima. • Procjenjuje mjeru nacrtanih uglova.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.1
Ključni sadržaji	
• Ugao. • Simetrala ugla. • Konstrukcije uglova od 30°, 60°, 90° i 120°. • Uglovi sa paralelnim krakima. • Uglovi sa okomitim (normalnim) krakima.	

Preporuke za ostvarenje ishoda

Ponuditi gotovu konstrukciju ugla kako bi učenik prepoznao o kojem je uglu riječ kako bi mogao samostalno konstruisati uglove od 30° , 60° , 90° i 120° koristeći se geometrijskim priborom. Procjenjivati mjere nacrtanih uglova. Koristiti po mogućnosti namjenski računarski software npr. Geometer's Sketchpad i Geogebra – kompjuterski program za nastavu matematike.

C.7.2. Konstruiše trouglove, analizira njihova svojstva i odnose.

- Istražuje i primjenjuje geometrijska svojstva trougla.
- Razlikuje vrste trouglova s obzirom na veličinu unutrašnjih uglova i prema broju jednakih stranica.
- Skicira i konstruiše trouglove shodno stavovima o podudarnosti trouglova.
- Opisuje četiri stava o podudarnosti trouglova.
- Crta visine svih vrsta trougla i izvodi zaključak o mjestu ortocentra u odnosu na ravan trougla a u zavisnosti od vrste trougla.
- Istražuje odnos stranica i uglova u trouglu te odnos vanjskih i unutrašnjih uglova trougla.
- Definiše srednju liniju trougla.
- Opisuje odnos stranica i uglova u trouglu te odnos između stranica trougla.
- Istražuje i primjenjuje odnos vanjskih i unutrašnjih uglova trougla.
- Konstruiše opisanu i upisanu kružnicu trougla. Prošireni sadržaj:
- Konstruiše četiri karakteristične tačke trougla. (Eulerova prava).

Poveznice sa ZJNPP

MTP-3.1.2

Ključni sadržaji

- Trougao (srednja linija trougla).
- Odnosi stranica i uglova trougla.
- Odnos stranica u trouglu.
- Visina trougla.
- Podudarnost trouglova.
- Tri osnovne konstrukcije trougla.
- Konstrukcija opisane i upisane kružnice trougla.
- Prošireni sadržaj:
- Konstrukcija četiri karakteristične tačke trougla (Eulerova prava).

Preporuke za ostvarenje ishoda	
Poželjno je izvesti dokaz bar jednog stava o podudarnosti trouglova. Stavove o podudarnosti trouglova primjenjivati kao strategiju u rješavanju jednostavnih zadataka sa dokazima. Trouglove konstruisati koristeći se geometrijskim priborom precizno i uredno uz prethodno skiciranje. Rješavati konstruktivne zadatke po etapama, a naročito insistirati na analizi jer je ona bitna za uviđanje zavisnosti među datim elementima trougla kao i za utvrđivanje svih koraka u samoj konstrukciji (analiza, konstrukcija, a dokaz i diskusija će se izvoditi u srednjoj školi). Istražiti vezu između vanjskog i dva unutrašnja nesusjedna ugla trougla. Koristiti po mogućnosti namjenski računarski software npr. Geometer's Sketchpad i Geogebra – kompjuterski program za nastavu matematike.	
C.7.3. Konstruiše četverouglove, analizira njihova svojstva i odnose.	• Na osnovu učenih svojstava i odnosa stranica, uglova i dijagonala paralelograma, opisuje, skicira i konstruiše ih. • Opisuje kružnicu kvadratu i pravougaoniku. • Razlikuje vrste četverougla uzimajući u obzir broj parova paralelnih stranica. Prošireni sadržaj: • Opisuje, skicira i crta trapez i deltoid. • Definiše srednju liniju trapeza.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.2
Ključni sadržaji	
• Četverouglovi –konstrukcija kvadrata, pravougaonika, paralelograma i romba.	

• Prošireni sadržaj: • Skiciranje, konstrukcija trapeza i deltoida. • Srednja linija trapeza.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Prilikom konstrukcije četverouglova navesti učenike na zaključak da je za konstrukciju kvadrata potreban samo jedan elemenat dok je za konstrukciju ostalih četverouglova potrebno pet elemenata. U cilju smanjenja broja potrebnih elemenata za konstrukcije paralelograma ukazivati na uslove sadržane u njihovim definicijama. Koristiti po mogućnosti namjenski računarski software npr. Geometer's Sketchpad i Geogebra – kompjuterski program za nastavu matematike.	
C.7.4. Računa i primjenjuje obim i površinu trougla, četverougla te mjeru ugla.	• Opisuje mjerenje površine. • Opisuje i računa obim i površinu geometrijskog lika sastavljenog od osnovnih geometrijskih likova (trougla i paralelograma). • Istražuje i primjenjuje zbir mjera uglova trougla i četverougla.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.2.1.
Ključni sadržaji	
• Mjerenje površine. • Površina i obim trougla i paralelograma. • Zbir mjera unutrašnjih i vanjskih uglova trougla i četverougla.	

Preporuke za ostvarenje ishoda	
Dokazati teoreme o zbiru mjera uglova trougla i četverougla. Računati obim i površinu u problemskim situacijama iz svakodnevnog života. Potaknuti učenike da sami pronalaze problemske situacije u stvarnom okruženju. Prije računanja procjenjivati veličine kad god je to moguće. Koristiti po mogućnosti namjenski računarSKI software npr. Geometer's Sketchpad i Geogebra – kompjuterski program za nastavu matematike.	
C.7.5. Crta, računa s vektorima grafički, množi vektor skalarom.	• Crta i definiše vektor. • Opisuje odnose između dva ili više vektora matematičkim jezikom. • Prepoznaje i crta jednake i suprotne vektore, opisuje nula vektor i jedinični vektor. • Sabira i oduzima vektore u ravni. • Množi vektor skalarom.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.1.
Ključni sadržaji	
• Vektori. • Zbir i razlika vektora. • Množenje vektora skalarom.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Ostvariti ishod u korelaciji sa nastavom iz fizike npr. prilikom slaganja i razlaganja sila kako bi se pojam vektora uveo na «prirodan» način. Obratiti pažnju na odnos između dva vektora (kolinearnost, jednakost, upoređivanje po intenzitetu) i povezivati to sa fizikalnim procesima. Posebno definisati i objasniti jednakost dva vektora. Grafički uvesti operaciju sabiranja dva vektora i pokazati osobine te operacije. Grafički uvesti operaciju množenja vektora i skalara (skalare uzimati iz skupa prirodnih brojeva) i pokazati osobine te operacije.	
C.7.6. Pridružuje tačke brojevnog pravca cijelim i racionalnim brojevima.	• Pridružuje tačke pravca racionalnim brojevima. • Očitava i zapisuje koordinatu tačke te opisuje njezin položaj u koordinatnom sistemu na pravcu matematičkim jezikom. • Organizira koordinatni sistem na pravcu. • Procjenjuje položaj racionalnog broja u odnosu na najbliže cijele brojeve. Prošireni sadržaj: • Istražuje i prikazuje u koordinatnom sistemu na pravcu pripadnost intervalu. • Zapisuje matematičkim jezikom i prikazuje u koordinatnom sistemu na pravcu otvoreni, poluotvoreni i zatvoreni interval.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.1.

Ključni sadržaji	
• Racionalni brojevi i brojeva prava. • Koordinatni sistem na pravcu. • Prošireni sadržaj: • Intervali.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Koristiti po mogućnosti namjenski računarski software npr. Geometer's Sketchpad i Geogebra – kompjuterski program za nastavu matematike.	
C.7.7. Opisuje, konstruiše krug i njegove elemente te definiše njihov međusobni odnos.	• Opisuje i crta/konstruiše krug i njegove dijelove (kružni isječak, kružni odsječak, kružni prsten) koristeći matematičke simbole. • Opisuje odnos kruga i kružnice. • Razlikuje centralne i periferijske uglove kružnice, njihove osobine i međusobni odnos. • Utvrđuje međusobni odnos kružnice i prave kao i odnos dvije kružnice na osnovu udaljenosti između centara kružnica.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.1. MTP-3.1.2.
Ključni sadržaji	
• Kružnica i krug. • Konstrukcija kruga i njegovih elemenata (kružnica, poluprečnik, centar). • Prava i kružnica. • Odnos dviju kružnica. • Konstrukcija tangente kružnice. • Centralni (središnji) i periferijski ugao, kružni luk i tetiva. • Dijelovi kruga (kružni isječak, kružni odsječak, kružni prsten).	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Dosadašnja znanja o krugu i kružnici se proširuju uz korištenje odgovarajućih slika i uz upotrebu adekvatne terminologije. Poticati urednost i preciznost konstrukcije. Moguća istraživanja: pronalaziti sličnost na objektima u okruženju, građevinarstvu, umjetnosti i dr. Koristiti po mogućnosti namjenski računarski software npr. Geometer's Sketchpad i Geogebra – kompjuterski program za nastavu matematike.	
C.7.8. Primjenjuje kompoziciju preslikavanja u ravni	• Odabira dva preslikavanja u ravni i konstruiše njihovu kompoziciju. • Obrazlaže postupak i svojstva kompozicije (slaganja) preslikavanja u ravni. • Kreira motiv zadanom kompozicijom više od dva preslikavanja.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.4.

Ključni sadržaji	
- Izometrijska preslikavanja u ravni: osna i centralna simetrija, translacija i rotacija. - Osobine izometrije. Identično preslikavanje. Inverzna izometrija. - Kompozicija (slaganje) izometrija.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Upoznati učenike sa osobinama izometrije nakon što se izvede bilo kakvo izometrijsko preslikavanje npr. duži $\overline{AB}$ centralnom simetrijom. Odgovarajućim primjerima pokazati da je identično preslikavanje također izometrija. U nacrtanoj kompoziciji (slaganju više preslikavanja) odrediti sa učenicima osu simetrije, centar simetrije, vektor translacije i centar i ugao rotacije. Zajedno sa učenicima vršiti analizu kompozicije preslikavanja.	
C.7.9. Odabira i preračunava odgovarajuće mjerne jedinice.	Preračunava mjerne jedinice za dužinu, masu, vrijeme, zapreminu tečnosti, površinu (mm^2, cm^2, dm^2, m^2, km^2) i mjeru ugla, mjeri temperaturu te ih primjenjuje pri rješavanju problema.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.2.1.
Ključni sadržaji	
Mjerne jedinice za dužinu, masu, vrijeme, zapreminu tečnosti, površinu i mjeru ugla.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Često su u problemskim zadacima dati podaci sa različitim mjernim jedinicama koje je potrebno preračunavati da bi se došlo do željenog rješenja. Mjerne jedinice sa kojima ćemo se susretati su za dužinu: km, m, dm, cm, mm; masu: t, kg, dag, g, mg; zapreminu tečnosti: hl, l, dl, ml; vrijeme: s, min, h, dan, sedmica, mjesec, godina; mjeru ugla: ugaoni stepen, ugaona minuta, ugaona sekunda; površinu: mm^2, cm^2, dm^2, m^2, km^2. Mjeriti temperaturu u stepenima.	

Oblast: D/Podaci i vjerovatnoća	
Ishod učenja	Razrada ishoda
D.7.1. Prikazuje prikupljene podatke tabelom ili dijagramom.	- Prikuplja i razvrstava podatke. - Prikazuje podatke grafički ili pomoću tabele. - Računa aritmetičku sredinu niza brojeva.
Poveznice sa ZJNPP	
Ključni sadržaji	
- Prikaz podataka grafički ili tabelarno. - Aritmetička sredina niza brojeva.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Prilikom prikupljanja podataka odmah vršiti i njihovo sortiranje, kako bi i učenici usvojili taj pravilan postupak. Nakon što su podaci prikupljeni i razvrstani, potrebno je izabrati odgovarajuću strategiju za prikaz podataka pomoću tabele ili nekog od dijagrama: linijski, kružni ili stupčasti. Naučiti učenike da samostalno računaju prosjek svojih ocjena koristeći se formulom za aritmetičku sredinu niza brojeva. Ovu oblast povezati sa sadržajima iz STEM grupe nastavnih predmeta Biologija, Fizika, Hemija, Geografija, Tehnička kultura kao i sa obrazovnim područjima: jezik i komunikacija, priroda i geografija, kreativnost i dizajn, sport i zdravlje i sl. pri rješavanju problemskih ili projektnih zadataka.	

8. razred osnovne škole / 4 časa sedmično/140 časova godišnje/

Oblast: A/ Skupovi, brojevi i operacije	
Ishod učenja	Razrada ishoda
A.8.1. Opisuje i primjenjuje naučni zapis broja.	• Opisuje i primjenjuje naučni zapis broja u izražavanju malih/velikih veličina. • Prelazi iz naučnog u standardni zapis broja i obratno. • Primjenjuje množenje sa stepenima baze 10 i cjelobrojnih eksponenata u problemskim zadacima.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.2
Ključni sadržaji	
• Naučni zapis broja, $a \cdot 10^n$, $1 \leq a < 10$, $n \in \mathbb{Z}$.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Nastavne sadržaje vezane za realizaciju ovog ishoda obraditi sa učenicima nakon što se ostvari ishod B.8.1. (računa sa stepenima racionalne baze i cjelobrojnog koeficijenta). Pri obradi naučnog zapisa broja u međupredmetnoj korelaciji koristiti primjere iz nastavnih sadržaja Hemije (npr. Avogadrov broj, konstanta kiselosti, proizvod rastvorljivosti i dr.), Fizike (npr. masa elektrona, Plankova konstanta i dr.), Geografije, Biologije i dr. Zbog pomoći u rješavanju dozvoliti upotrebu kalkulatora.	
A.8.2. Računa procenat i primjenjuje procentni račun.	• Povezuje procenat sa razlomcima i decimalnim brojevima i primjenjuje ih u problemskim zadacima. • Prepoznaje, opisuje te povezuje elemente procentnog računa: procent, procentni iznos i osnovnu vrijednost (glavnicu) u problemskoj situaciji. • Primjenjuje procentni račun pri rješavanju problema iz stvarnog života te za rješavanje matematičkih problemskih zadataka.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.2
Ključni sadržaji	
• Procent (postotak). • Procentni račun i kamatni račun.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Ovim se ishodom ne provjerava tehnika računanja, nego logičko razmišljanje te sposobnost rješavanja problema. Važno je procentni račun staviti u kontekst finansijske pismenosti koja obuhvata sljedeće: poskupljenje, pojeftinjenje, procjenu realnosti / marketinškoga trika, bruto i neto platu, poreze i slično. Također je izuzetno važno ovu temu posmatrati u kontekstu društvenih događanja kao što su: praćenje izbora, referenduma, statističkih podataka putem dnevnih informacija itd. Kritički prosuđivati relevantnost dobivenih rezultata. Ukazati na relativiziranje postotaka na različitim uzorcima (glavnicama).	

A.8.3. Analizira svojstva i odnose brojeva i brojevnih sistema u skupu R, te koristi simbole i različite prikaze.	• Razlikuje prikaze realnih brojeva (racionalne i iracionalne brojeve prema njihovom decimalnom zapisu). • Upoređuje realne brojeve i predstavlja ih na brojevnoj osi. • Razlikuje osobine skupova brojeva N, Z, Q, I i R i tumači njihove međusobne odnose uz grafičku ilustraciju.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.2

Ključni sadržaji	
• Iracionalni brojevi. • Realni brojevi i brojeva prava. • Uređenost u skupu realnih brojeva.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Za razumijevanje skupa realnih brojeva potrebno je ponoviti ranije stečena znanja o skupovima prirodnih, cijelih i racionalnih brojeva putem kvizova sa zadacima za ponavljanje ili neke druge moderne strategije. Putem Vennovog dijagrama prikazati skupove brojeva kako bi se postigla i vizuelna predstava. Definirati skup realnih brojeva kao uniju skupova Q i I kada učenici usvoje da je $Q \cap I = \emptyset$. Prije formiranja pojma iracionalnog broja navesti razloge postojanja skupa I te se osvrnuti na činjenicu da svaki racionalan broj možemo napisati u obliku decimalnog broja, konačnog ili beskonačnog (čisto periodičnog ili mješovito periodičnog) broja decimala i obrnuto, svaki broj u decimalnom obliku sa konačnim ili beskonačnim brojem decimala može se napisati u obliku razlomka $\frac{a}{b}$. Navesti učenike na činjenicu da postoje i beskonačni neperiodični decimalni brojevi, a koji se ne mogu napisati u obliku razlomka $\frac{a}{b}$, što znači da nisu racionalni. Kao primjer uzeti $\sqrt{2}=1,4142135\dots$ vrijednost kao mjerni broj dijagonale kvadrata stranice dužine 1. Ovom idejom nastavnik analogijom razvija i usmjerava mišljenje učenika da npr. $\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, -\sqrt{8}, \dots$ nisu racionalni brojevi te da takve brojeve zovemo iracionalnim. Skrenuti pažnju da svaki korijen nekog broja nije uvijek iracionalan broj. Iracionalan broj definisati kao decimalan neperiodičan zapis sa beskonačno decimala. Uslov za pravilno shvatanje skupa realnih brojeva jeste da učenici postupno i sistemski otkrivaju potrebu proširivanja skupova brojeva, analiziraju i tumače svojstva i odnose među brojevima, koriste različite načine zapisivanja i prikazivanja brojeva, povezuju iste brojeve različitog zapisa te usvajaju i primjenjuju sve složenije računske operacije. Napomena: realizaciju ovog ishoda povezati sa ishodom C. 8.5.	
A.8.4. Odabira i kombinuje metode i operacije pri rješavanju problema u skupu R.	• Izvodi računske operacije sa realnim brojevima uključujući stepenovanje i korjenovanje. • Primjenjuje osobine i povezanost računskih operacija (sva tri redoslijeda). • Pronalazi potrebne informacije i različite načine rješavanja problema u skupu R. • Određuje i koristi apsolutnu vrijednost realnog broja.

	Koristi IT tehnologiju kao pomoć u rješavanju.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.2.1
Ključni sadržaji	
- Kvadriranje cijelih brojeva. - Kvadrat racionalnog broja. - Rješenje jednačine $x^2 = a$, $a \geq 0$. - Kvadratni korijen racionalnog broja. - Jednakost $\sqrt{a^2} = a$. - Približne vrijednosti realnog broja. - Osnovne računske operacije u skupu realnih brojeva i njihove osobine.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Pomoću konkretnih primjera poticati učenike na generalizaciju da bi zajedno izveli zaključak o kvadratu racionalnog broja. Vrijednost kvadrata racionalnog broja tražiti koristeći oba načina zapisivanja (razlomak, decimalan broj) što će pripremiti učenike na nova znanja o shvatanju i izračunavanju vrijednosti stepena. Kvadratni korijen uvesti kao način zapisivanja rješenja kvadratne jednačine, a vrijednost kvadratnog korijena kao broj koji treba kvadrirati da se dobije potkorjena veličina (radikand). Uvesti pojam aritmetičkog kvadratnog korijena. Ponoviti pojam apsolutne vrijednosti broja te $\sqrt{a^2} =$ detaljno obrazložiti jednakost a za svaki $a \in \mathbb{R}$. Prilikom određivanja približne vrijednosti (aproksimacije) kvadratnog korijena racionalnog broja primjeniti definiciju kvadratnog korijena i relacije $\leq$ i $\geq$ (koristiti tablice kvadrata u udžbeniku). Izračunavanje približnih vrijednosti kvadratnog korijena brojeva vršiti na unaprijed određen broj decimala (pomoću tablice ili džepnog računara). Polaziti od jednostavnih primjera koji se postepeno usložnjavaju jer je važno da učenici sa razumijevanjem usvoje etape u postupcima računanja, kako bi ih uspješno primjenjivali u složenijim zadacima.	

Oblast: B/Algebra	
Ishod učenja	Razrada ishoda
B.8.1. Računa sa stepenima racionalne baze i cjelobrojnom koeficijenta.	- Primjenjuje stepene racionalne baze sa cjelobrojnim eksponentom. - Primjenjuje operacije sa stepenima čiji je eksponent cijeli broj. - Stepenuje proizvod i količnik.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.2.1 MTP-2.1.1 MTP-2.1.2.
Ključni sadržaji	
- Izračunavanje stepena racionalne baze i cjelobrojnog eksponenta. - Brojni/brojevi izrazi sa stepenima. - Sabiranje i oduzimanje stepena jednakih baza i eksponenata. - Množenje i dijeljenje stepena jednakih baza. - Stepenovanje stepena. - Stepen proizvoda i količnika.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Kod brojnih izraza sa stepenima obratiti pažnju na redoslijed operacija. Operacije sa stepenima uvoditi zaključivanjem na osnovu analogije često govoreći „analogno se dobiva“, „ovo je sličan zadatak“, „ovdje možemo ponoviti opisani postupak“ i sl. Po mogućnosti koristiti se različitim elektronskim interaktivnim didaktičkim materijalom.	

B.8.2. Primjenjuje operacije sa monomima i binomima.	• Opisuje monom i binom. Prepoznaje slične monome. • Primjenjuje sabiranje, oduzimanje, množenje i stepenovanje monoma. • Množi monom binomom i binom binomom. • Primjenjuje komutativnost, asocijativnost i distributivnost na operacije sa monomima i binomima. • Pojednostavljuje jednostavnije algebarske izraze primjenjujući operacije sa monomima i binomima. • Računa vrijednosti jednostavnih algebarskih izraza za zadane cjelobrojne vrijednosti.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.2
Ključni sadržaji	
• Konstante i promjenljive. • Vrijednost algebarskog izraza. • Sabiranje, oduzimanje, množenje i stepenovanje monoma. • Množenje binoma binomom. • Pojednostavljivanje algebarskih izraza.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Učenike podsjetiti da se između koeficijenta i promjenljivih u monomu podrazumijeva operacija množenja.	
B.8.3. Primjenjuje proporciju.	• Opisuje proporciju kao jednakost dva omjera. • Razlikuje vanjske i unutrašnje članove proporcije, te računa bilo koji nepoznati član proporcije. • Primjenjuje proporcije u rješavanju problema iz matematike, drugih područja i stvarnoga života.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.3
Ključni sadržaji	
• Proporcije. • Rješavanje proporcija.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Ukazati na važnost proporcija i njihovu primjenu u drugim nastavnim predmetima (Hemija, Geografija, Biologija, Likovna kultura,...), arhitekturi i umjetnosti, proporcije u prirodi, zlatni rez,... Podsticati učenike da istražuju ovu temu npr. istražiti historiju proporcije. Učenici će rješavati tekstualne zadatke i problemske situacije tako što će analizirati problem i sistematično ga rješavati (čita zadatak, razumije pročitano, analizira zadatak, traži ključne riječi, postavlja algebarski izraz, računa, sastavlja i piše odgovor).	

B.8.4. Primjenjuje direktnu i obrnutu proporcionalnost.	• Razlikuje proporcionalne i obrnuto proporcionalne veličine u različitim kontekstima. • U situacijama iz stvarnoga života prepoznaje i objašnjava direktnu i obrnutu proporcionalnost. • Određuje i tumači koeficijent proporcionalnosti i obrnute proporcionalnosti. • Povezuje koeficijent proporcionalnosti s omjerom dvaju proporcionalnih veličina. • Preispituje smislenost rješenja s obzirom na kontekst.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1
Ključni sadržaji	
• Direktna i obrnuta proporcionalnost.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Poticati intuitivni pristup rješavanju problema proporcionalnosti i obrnute proporcionalnosti. Povezivati i iskazivati koeficijent proporcionalnosti kao omjer dvaju proporcionalnih veličina, te uočiti njegovu stalnost. Koeficijent obrnute proporcionalnosti povezivati i iskazivati kao proizvod obrnuto proporcionalnih veličina te uočiti njegovu stalnost. Proučavati primjere direktne i obrnute proporcionalnosti matematičkih i fizikalnih veličina. Preračunavati valute. Raspravljati o smislenosti rješenja problema.	
B.8.5. Primjenjuje linearnu zavisnost.	• Prepoznaje i povezuje zavisnu i nezavisnu veličinu u problemskoj situaciji. • Formira tabelu linearno zavisnih podataka. • Zapisuje linearnu zavisnost formulom $y = ax + b$, $a, b \in \mathbb{Q}$. • Prikazuje linearnu zavisnost grafički u pravougloj koordinatnom sistemu. • Analizira promjenu u linearnoj zavisnosti. • Upoređuje različite linearne zavisnosti na istom grafiku.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1 MTP-2.1.3
Ključni sadržaji	
• Linearna zavisnost. • Grafički prikaz linearne zavisnosti.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Linearnu zavisnost uvesti preko primjera iz života na kojima treba uočiti zavisnu i nezavisnu veličinu, pa postupno doći do formule zavisnosti. Naglasak je na proučavanju međusobno zavisnih veličina, uočavanju prirode te zavisnosti, na prevođenju uočene situacije u algebarski zapis, tumačenju grafičkog prikaza i analizi promjene. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računarskim programima i alatima, edukativnim igrima.	

B.8.6. Analizira svojstva linearne funkcije i prikazuje je u pravouglom koordinatnom sistemu.	• Povezuje linearnu zavisnost i linearnu funkciju. • Prikazuje linearnu funkciju tabelom i grafički. • Ispituje svojstva linearne funkcije sa grafika. • Određuje svojstva linearne funkcije $y = kx + n$, $k \neq 0$ na osnovu parametara k i n. • Primjenjuje osobine linearne funkcije u problemskim zadacima.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1
Ključni sadržaji	
• Pojam funkcije. • Linearna funkcija oblika $y = kx + n$, $k \neq 0$. • Eksplicitni i implicitni oblik. • Grafik linearne funkcije. • Parametri k, n i njihovo geometrijsko značenje. • Nula funkcije. • Tok i znak funkcije.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Linearnu funkciju uvesti nakon linearne zavisnosti. Prvo predstavljati funkciju u eksplicitnom obliku objašnjavajući značenja koeficijenata k i n , a zatim crtati njen grafik. Objasniti značenja pojmova „eksplicitno“ i „implicitno“ te njihovu vezu sa različitim zapisima funkcije. Poštovati princip postupnosti i sistematičnosti.	

Oblast: C/ Geometrija i mjerenja	
Ishod učenja	Razrada ishoda
C.8.1. Crta i konstruiše mnogouglove i koristi se njima pri stvaranju složenijih geometrijskih motiva.	• Prepoznaje mnogouglove u prostoru. • Opisuje mnogougao (stranice, unutrašnje i vanjske uglove, dijagonale, centralni ugao pravilnog mnogougla). • Razlikuje pravilne i nepravilne, konveksne i nekonveksne mnogouglove. • Opisuje centralni ugao i crta karakteristični trougao. • Konstruiše pravilne mnogouglove (4, 6, 8 i 12-ugao). • Pronalazi i opisuje dijelove (trougao, paralelogram) nepravilnog mnogougla. • Skicira, crta/ konstruiše nepravilni mnogougao. Prošireni sadržaj: • Konstruiše pravilne mnogouglove (5 i 10ugao).
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.2.2

Ključni sadržaji	
- Mnogouglovi. - Pravilni mnogouglovi (4, 6, 8 i 12-ugao). - Nepravilni mnogouglovi. • Zbir unutrašnjih i zbir vanjskih uglova mnogougla. - Broj dijagonala mnogougla. - Prošireni sadržaj: - Konstrukcija pravilnog 5 i 10 – ugla.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
U zavisnosti od oblika geometrijskog tijela njegova mreža može biti nepravilni ili pravilni mnogougao. Cilj je osposobiti učenika da motiv koji se temelji na mnogouglu zna opisati, analizirati i predstaviti crtežom ili konstrukcijom. Koristiti po mogućnosti namjenski računarski software npr. Geometer's Sketchpad i Geogebra – kompjuterski program za nastavu matematike.	
C.8.2. Računa i primjenjuje obim i površinu kruga i njegovih dijelova.	- Istražuje i računa obim i površinu kruga i njegovih dijelova. • Objašnjava ulogu i svojstva broja π. - Modelira površinama i obimima geometrijskih oblika (krug i dijelovi, kružnica i dijelovi, kružni prsten, mnogouglovi) rješavajući problemske situacije.
Poveznice sa ZJNPP	
Ključni sadržaji	
- Obim kruga. - Površina kruga. - Dužina kružnog luka. - Površina kružnog isječka i kružnog prstena.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Ovim se ishodom ne provjerava tehnika računanja, nego učenikovo ²²logičko razmišljanje i sposobnost analize problema. U računanju se mogu koristiti aproksimacija 3,14 ili broj $\frac{22}{7}$. Računati površinu kružnog isječka i dužinu kružnog luka primjenom proporcionalnosti. Istražiti historijske činjenice o broju π. Koristiti po mogućnosti namjenski računarski software npr. Geometer's Sketchpad i Geogebra – kompjuterski program za nastavu matematike.	

C.8.3. Primjenjuje Talesovu teoremu.	- Primjenom Talesove teoreme dijeli duž na podudarne dijelove u zadanom omjeru. - Primjenjuje Talesovu teoremu za crtanje trougla i pravougaonika. - Primjenjuje Talesovu teoremu za rješavanje problemske situacije.
Poveznice sa ZJNPP	
Ključni sadržaji	
- Talesova teorema. - Primjena Talesove teoreme.	

Preporuke za ostvarenje ishoda	
Poticati urednost i preciznost konstrukcije i crteža. Poticati učenike da primijene Talesovu teoremu za konstruisanje (ili crtanje) uvećanih (ili umanjenih) slika (likova) u zadanom omjeru. Koristiti po mogućnosti namjenski računarski software npr. Geometer's Sketchpad i Geogebra – kompjuterski program za nastavu matematike ili neki drugi primjereni elektronski materijal.	
C.8.4. Primjenjuje Pitagorinu teoremu.	• Iskazuje Pitagorinu teoremu. • Objašnjava i primjenjuje Pitagorinu teoremu na pravougli trougao, kvadrat, pravougaonik, jednakostranični i jednakokraki trougao, romb i trapez. • Istražuje i otkriva obrat Pitagorine teoreme i primjenjuje ga.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.1
Ključni sadržaji	
• Pitagorina teorema. • Primjena Pitagorine teoreme na pravougaonik, kvadrat, jednostranični i jednakokraki trougao, trapez, romb. Primjena Pitagorine teoreme u konstruktivnim zadacima.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Ovim se ishodom ne provjerava tehnika računanja, nego učenikovo logičko razmišljanje i sposobnost analize problema. Poželjno je istražiti bogatu historiju Pitagorine teoreme te Pitagorina života. Moguća istraživanja: spirala kvadratnog korijena, Pitagorino stablo, Pitagorine trojke. Upoznati učenike s različitim pristupima dokazivanja Pitagorine teoreme.	
C.8.5. Crta tačke zadane koordinatama iz skupa realnih brojeva u pravouglom koordinatnom sistemu.	• Organizuje pravougli koordinatni sistem u ravni (ishodište, jedinične dužine, koordinate tačke, koordinatne ose, kvadranti). • Povezuje koordinate tačke i uređeni par realnih brojeva. • Očitava i crta tačke zadane koordinatama iz skupa realnih brojeva uz odgovarajući zapis matematičkim jezikom. • Prepoznaje i tumači pripadnost tačke kvadrantima i koordinatnim osama. • Određuje udaljenost između dvije tačke. • Crta likove određene tačkama s koordinatama iz skupa realnih brojeva. • Grafički rješava matematičke probleme.
Poveznice sa ZJNPP	
Ključni sadržaji	
• Pravougli koordinatni sistem u ravni. Uređeni par. • Tačke s koordinatama iz skupa realnih brojeva. • Udaljenost između dvije tačke.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Stvarati likove i slike. Igre: šah, potapanje brodova. Koristiti po mogućnosti namjenski računarski software npr. Geometer's Sketchpad i Geogebra – kompjuterski program za nastavu matematike ili neki drugi primjereni elektronski materijal.	

C.8.6. Odabira strategije za računanje obima i površine mnogougla.	• Opisuje i računa obim i površinu nepravilnih i pravilnih mnogouglova. • Izvodi, obrazlaže i primjenjuje formulu za površinu pravilnog mnogougla koristeći se površinom karakterističnoga trougla. • Argumentuje odabir strategije za računanje obima i površine mnogougla u problemskoj situaciji.
--	--

Poveznice sa ZJNPP

Ključni sadržaji

- Obim i površina mnogougla.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Ovim se ishodom ne provjerava tehnika računanja, nego učenikovo logičko razmišljanje i sposobnost analize problema. Zadavati problemske situacije računanja obima i površine koje se tiču problema iz stvarnog života. Potaknuti učenike da sami pronalaze problemske situacije. Koristiti po mogućnosti namjenski računarski software npr. Geometer's Sketchpad Geogebra – kompjuterski program za nastavu matematike.

C.8.7. Odabira i preračunava odgovarajuće mjerne jedinice.	• Preračunava mjerne jedinice za dužinu, masu, vrijeme, zapreminu, površinu i mjeru ugla. • Odabira odgovarajuću mjernu jedinicu pri rješavanju problema.
--	--

Poveznice sa ZJNPP

MTP-3.2.1.

Ključni sadržaji

- Mjerne jedinice za dužinu, masu, vrijeme, zapreminu, površinu i mjeru ugla.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Često su u problemskim zadacima dati podaci sa različitim mjernim jedinicama koje je potrebno preračunavati da bi se došlo do željenog rješenja. Mjerne jedinice sa kojima ćemo se susretati su za:

dužinu: km, m, dm, cm, mm,

masu: t, kg, dag, g, mg, zapreminu

tečnosti: hl, l, dl, ml,

vrijeme: s, min, h, dan, sedmica, mjesec,

godina, površinu: km^2 , m^2 , dm^2 , cm^2 , mm^2 ,

zapreminu: cm^3 , dm^3 , m^3 , mjere ugla: ugaoni stepen, minuta i sekunda.

Oblast: D/Podaci i vjerovatnoća

Ishod učenja	Razrada ishoda
D.8.1. Analizira prikupljene podatke predstavljene tabelom ili dijagramom.	• Analizira rezultate prikupljanja podataka. • Analizira grafički i tabelarno predstavljene podatke.
Poveznice sa ZJNPP	

Ključni sadržaji
• Analiza grafički ili tabelarno predstavljenih podataka.
Preporuke za ostvarenje ishoda
Ovaj ishod bi se mogao ostvariti radom na nekom grupnom projektu sa temom iz svakodnevnog života.

9. razred osnovne škole / 4 časa sedmično/132 časa godišnje/

Oblast: B/ Algebra	
Ishod učenja	Razrada ishoda
B.9.1. Sastavlja i zapisuje simbolima jednačine i nejednačine pri rješavanju problema, te obrazlaže grafički i usmeno njihovu smislenost.	- Sastavlja linearne jednačine i nejednačine (koristeći zagrade) u skupu $\mathbb{R}$. - Sastavlja sisteme linearnih jednačina sa dvije nepoznate.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1
Ključni sadržaji	
- Linearne jednačine-osnovni pojmovi. - Linearne nejednačine-osnovni pojmovi. - Linearna jednačina sa dvije nepoznate-pojam. - Sistem od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate-osnovni pojmovi.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Prilikom rješavanja jednačina sa zagradama, razlomcima, algebarskim razlomcima, dvojnim razlomcima, promjenljivim koeficijentom i sl. obraditi dovoljan broj odgovarajućih primjera na osnovu kojih učenici mogu zaključiti da skup rješenja date jednačine može imati jedan, dva ili više dakle konačno elemenata ali može biti i beskonačan i prazan skup. Postavljati probleme koji odgovaraju uzrastu učenika sa raznovrsnom tematikom (iz odnosa među brojevima, problemi o radu, problemi procentnog računa, problemi iz geometrije i na kraju problemi iz fizike). Prije uvođenja pojma sistema linearnih jednačina neophodno je prvo uvesti pojam algebarske jednačine sa dvije nepoznate i dati njenu geometrijsku predstavu. Postepeno uvesti pojam sistema linearnih jednačina sa dvije nepoznate posmatrajući dvije prave u ravni koje se sijeku. U završnoj prezentaciji ove teme navoditi problemske zadatke koji se svode na rješavanje sistema od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate. Poticati učenike da posebno „izoštire“ razmišljanje, kako dati problem preformulisati u matematički model.	
B.9.2. Argumentuje postupke za rješavanje jednačina, nejednačina i sistema.	- Određuje domen jednačine i nejednačine. - Rješava jednačine primjenjujući svojstva jednakosti. - Rješava nejednačine primjenjujući svojstva nejednakosti. - Rješava sisteme linearnih jednačina primjenjujući odgovarajuću metodu.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.2.2
Ključni sadržaji	
- Jednakosti i jednačina. Ekvivalentne jednačine. - Grafičko i algebarsko rješavanje linearnih jednačina sa jednom nepoznatom. - Ekvivalentne nejednačine. - Algebarsko rješavanje linearnih nejednačina sa konstantnim koeficijentom. - Grafički prikaz rješenja sistema od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate. - Ekvivalentni sistem linearnih jednačina. - Rješavanje sistema od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate grafičkom i algebarskom metodom (metodom supstitucije i metodom suprotnih koeficijenata). - Primjena linearnih jednačina sa jednom nepoznatom i sistema od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate.	

Preporuke za ostvarenje ishoda	
koraka). Tek tada preći na rješavanje jednačina novom metodom. Za koeficijente uz nepoznatu uzimati realne brojeve, a za nepoznate uzimati oznake: x, y, s, m, n, t, u, itd. jer to učenike navodi na opšte matematičko promišljanje. Riješiti nejednačinu znači odrediti interval u kome se nalaze vrijednosti nepoznate koje zadovoljavaju zadanu nejednačinu (ukoliko ona ima rješenja) odnosno za koje data nejednačina postaje tačna brojerna nejednakost. Postepeno izložiti metode za rješavanje sistema linearnih jednačina sa dvije nepoznate, navodeći primjere od jednostavnijih ka težim, uz stalno poticanje razmišljanja o egzistenciji rješenja. Što je češće moguće davati geometrijske predstave i sistema i njegovih rješenja.	

B.9.3. Diskutuje o rješenjima u kontekstu problema, grafički prikazuje rješenja.	• Analizira moguća rješenja jednačina, nejednačina i sistema linearnih jednačina sa dvije nepoznate. • Ilustruje svoja rješenja u grafičkom prikazu (brojna osa, koordinatni sistem). • Povezuje linearnu jednačinu s pravom u koordinatnom sistemu. • Tumači grafički prikaz rješenja. • Prezentira i interpretira rješenja u kontekstu datog problema.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.2.3

Ključni sadržaji	
• Grafičko i algebarsko rješavanje linearnih jednačina sa jednom nepoznatom. • Algebarsko rješavanje linearnih nejednačina sa konstantnim koeficijentom. • Grafički prikaz rješenja sistema od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate. • Rješavanje sistema od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate grafičkom i algebarskom metodom (metodom supstitucije i metodom suprotnih koeficijenata).	

Preporuke za ostvarenje ishoda	
Koristiti se jednostavnim primjerima kod uvođenja metoda rješavanja linearnih jednačina, nejednačina i sistema linearnih jednačina. Postepeno usložnjavati zadatke, uz stalno poticanje diskusije s učenicima o uslovima egzistencije rješenja i broju rješenja. Također, razmotriti uslove koji bi mogli dovesti do promjene egzistencije i broja rješenja. Navesti jednačine u kojima se rješavanje svodi na objašnjenje izraza oblika $0 \cdot x = b$, $b \neq 0$ i $0 \cdot x = 0$ te provesti diskusiju o rješenjima jednačina navedenih oblika. Zapisivati rješenja nejednačina na više načina (simbolički, na brojevnoj pravoj, u intervalu). Provjeravati rješenja u rubnim tačkama skupa rješenja ($<$, $\leq$, $>$, $\geq$). Posebno obratiti pažnju na postojanje rješenja sistema (jedno rješenje, beskonačno mnogo rješenja, nema rješenja) i dati geometrijsku predstavu svih slučajeva. Tražiti analizu i tumačenje rješenja u datom kontekstu prilikom primjene sistema linearnih jednačina u algebarskim i geometrijskim zadacima. Postavljati problemske zadatke u korelaciji sa nastavnim sadržajima STEM grupe predmeta, uz poticanje učenika da navedeni problem zapišu matematičkim modelom. Napomena: realizaciju ovog ishoda povezati sa ishodom C.9.4.	

B.9.4. Primjenjuje osnovne algebarske identitete.	• Prikazuje jednostavnu matematičku situaciju primjenom algebarskih simbola i izraza. • Primjenjuje formule za kvadrat i kub binoma, razliku kvadrata, zbir i razliku kubova. • Primjenjuje aritmetičke zakonitosti i operacije pri transformaciji algebarskih izraza.
--	--

Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1
--------------------	-----------

Ključni sadržaji
- Formiranje algebarskih izraza. - Kvadrat zbira, kvadrat razlike, razlika kvadrata. - Kub zbira i razlike, zbir i razlika kubova. - Geometrijska interpretacija algebarskih izraza.
Preporuke za ostvarenje ishoda
Poticati učenike da zapise iskazane riječima zapisuju pomoću algebarskih simbola i izraza. Kako se učenik prvi put sreće sa terminima kvadrat zbira i kvadrat razlike i dr. veoma je važno svakom od tih pravila posvetiti posebnu pažnju. Uvoditi jedno po jedno pravilo kroz jednostavne primjere te postepeno doći do složenijih. Dokaze algebarskih identiteta pokazati i geometrijski (preko površina kvadrata i pravougaonika) korištenjem kompjuterskih animacija kad god je to moguće.

B.9.5. Računa sa algebarskim izrazima u skupu R.	- Izračunava vrijednost algebarskog izraza. - Primjenjuje operacije sa polinomima. - Pojednostavljuje algebarske izraze u skupu R. - Koristi aritmetičke zakonitosti i algebarske identitete pri transformaciji algebarskih izraza. - Određuje definiciono područje algebarskog razlomka. Prošireni sadržaj: - Vrši računске operacije sa algebarskim razlomcima.
--	--

Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.2
--------------------	-----------

Ključni sadržaji	
• Brojna vrijednost algebarskog izraza. • Sabiranje, oduzimanje i množenje polinoma. • Pojam i definiciono područje algebarskog razlomka. • Prošireni sadržaj: • Računske operacije sa algebarskim razlomcima.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Učenik treba uočiti da je izračunavanje brojne vrijednosti algebarskog izraza za dati racionalan broj slično postupku provjere rješenja jednačine. Kod transformacije algebarskih izraza uzimati primjere sa primjenom algebarskih identiteta.	
B.9.6. Primjenjuje rastavljanje polinoma na faktore.	• Izvlači zajednički faktor. • Rastavlja polinome na faktore primjenom algebarskih identiteta. • Rješava kvadratne jednačine primjenom faktorizacije polinoma.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1 MTP-2.2.2
Ključni sadržaji	
• Rastavljanje polinoma na faktore. • Kvadratne jednačine oblika: $ax^2 + bx = 0$, $a, b \neq 0$; $x^2 - a = 0$, $a \geq 0$; $x^2 \pm 2ax + a^2 = 0$.	

Preporuke za ostvarenje ishoda
Faktorizaciju polinoma raditi na jednostavnijim primjerima i postepeno ih usložnjavati. Primjerenim odabirom zadataka pokazati da rastavljanje polinoma na faktore možemo vršiti pomoću: grupisanja članova, rastavljanjem po srednjem članu i izvlačenjem zajedničkog faktora.

Oblast: C/ Geometrija i mjerenja	
Ishod učenja	Razrada ishoda
C.9.1. Skicira prikaz uspravnog geometrijskog tijela u ravni.	- Skicira uspravna geometrijska tijela u ravni (kocka, kvadar, pravilna četverostrana prizma, pravilna četverostrana piramida, valjak i kupa). - Matematičkim jezikom opisuje geometrijsko tijelo. - Na crtežu skicira i matematičkim jezikom opisuje elemente geometrijskog tijela (površinska i prostorna dijagonala, visina bočne strane, visina tijela, poluprečnik i prečnik baze, izvodnice). - Na modelu kvadra pokazuje i opisuje međusobne odnose pravih u prostoru. (paralelne, sijeku se, mimoilazne). - Na modelu kvadra pokazuje i opisuje međusobne odnose ravni u prostoru (paralelne, sijeku se).
Poveznice sa ZJNPP	
Ključni sadržaji	
- Geometrijska tijela. - Međusobni odnosi pravih u prostoru i ravni u prostoru (na modelu kvadra).	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Poticati učenike da skiciraju geometrijsko tijelo i obilježe njegove elemente te da ga matematičkim jezikom opišu.	
C.9.2. Analizira i izrađuje modele i mreže uspravnih geometrijskih tijela.	- Prema modelu uspravnog geometrijskog tijela opisuje površi koje ga omeđuju i na osnovu toga crta mrežu tijela koja će mu biti potrebna za određivanje njegove površine. - Izrađuje modele uspravnih geometrijskih tijela. - Imenuje, opisuje i analizira tijela koja ga okružuju i crta njihove mreže.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.2. MTP-3.1.3.
Ključni sadržaji	
Mreža geometrijskog tijela (kocka, kvadar, pravilna četverostrana prizma i pravilna četverostrana piramida, valjak i kupa).	

Preporuke za ostvarenje ishoda	
Mogući projektni zadatak: izraditi modele kuće, zanimljive kutije/ambalaže, ukrase, Platonova i Arhimedova tijela i slično. Ovu oblast povezati sa sadržajima iz STEM grupe nastavnih predmeta Biologija, Fizika, Hemija, Geografija, Tehnička kultura kao i sa obrazovnim područjima: jezik i komunikacija, priroda i geografija, kreativnost i dizajn, sport i zdravlje i sl. upotrebom primjerenog izbora zadataka. Po potrebi koristiti namjenski računarski software npr. Geometer's Sketchpad i Geogebra – kompjuterski program za nastavu matematike.	
C.9.3. Izračunava i primjenjuje površinu i zapreminu geometrijskih tijela.	• Površinu povezuje s mrežom geometrijskog tijela. • Pokazuje i opisuje elemente geometrijskog tijela i veze među njima (uključujući visinu i izvodnice). • Određuje presjeke geometrijskih tijela i izračunava njihovu površinu. • Objašnjava zapreminu kao mjeru prostora koje zauzima tijelo. • Primjenjuje Pitagorinu teoremu pri računanju površine i zapremine geometrijskih tijela u problemskim situacijama. • Opisuje odnose zapremine prizme i piramide te zapremine kupe i valjka. • Izračunava površinu i zapreminu kugle.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1. MTP-2.1.2.
Ključni sadržaji	
• Geometrijska tijela. • Pravilne, uspravne prizme i piramide, obla tijela i njihovi presjeci. • Površine i zapremine pravilnih, uspravnih prizmi, piramida, valjka i kupe. • Primjena Pitagorine teoreme pri izračunavanju površine i zapremine geometrijskih tijela. • Površina i zapremina lopte (kugle).	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
U realizaciji navedenih nastavnih sadržaja geometrijska tijela crtati u odgovarajućoj veličini, kako bi učenici mogli uz pomoć slike izvesti ispravne zaključke. Crteže ne opterećivati nepotrebnim detaljima. Ukoliko je potrebno dijelove neke figure crtati uvećano uz korištenje istih oznaka. Učenici će uočavati veze među formulama te naučiti logički put kojim se izvode. Rješavati različite tipove zadataka te uz sistematičan pristup uvesti učenike u rješavanje složenijih tekstualnih zadataka i problemskih situacija primjerenih njihovom uzrastu. Sistematizaciju gradiva pratiti odgovarajućim slikama, po mogućnosti uz korištenje mapa uma, kvizovima za ponavljanje, igrom asocijacija i sl. S ciljem vizuelizacije sadržaja koristiti video prezentacije, kompjuterski program za nastavu matematike npr. Geometer's Sketchpad, Geogebra, Auto Cad i druge.	

C.9.4. Prikazuje prave i analizira njihove međusobne položaje u pravouglom koordinatnom sistemu u ravni.	• Crta pravu zadanu jednačinom oblika $y = ax + b$, gdje su a i b racionalni brojevi, u pravouglom koordinatnom sistemu u ravni. • Čita i tumači koeficijente jednačine prave. • Određuje jednačine prave određene sa dvije tačke ili grafičkim prikazom. • Određuje i očitava koordinate presjeka pravih. • Međusobne odnose pravih u ravni povezuje s njihovim jednačinama (paralelnost, podudarnost, okomitost). • Primjenjuje međusobne odnose pravih za tumačenje broja rješenja sistema od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate.
Poveznice sa ZJNPP	
Ključni sadržaji	
• Jednačine prave u pravouglom koordinatnom sistemu u ravni. • Međusobni položaji pravih u pravouglom koordinatnom sistemu u ravni. • Grafičko tumačenje rješenja sistema od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Obradu nastavnog gradiva potkrijepiti i osvježiti sa detaljima iz istorije matematike. Moguće je da to urade i učenici uz pomoć nastavnika. Koristiti po mogućnosti namjenski računarski software npr. Geometer's Sketchpad i Geogebra – kompjuterski program za nastavu matematike.	
C.9.5. Analizira svojstva i odnose geometrijskih elemenata u ravni, te koristi simbole i različite prikaze.	• Analizira i objašnjava međusobne položaje tačke, prave i ravni. Prošireni sadržaj: • Računa udaljenost tačke od ravni. • Računa rastojanje između dvije paralelne ravni.
Poveznice sa ZJNPP	
Ključni sadržaji	
• Međusobni odnos tačke, prave i ravni. • Određenost prave i ravni. • Normala na ravan. • Prošireni sadržaj: • Udaljenost tačke od ravni. • Rastojanje između dvije paralelne ravni.	

Preporuke za ostvarenje ishoda	
U ovoj tematskoj oblasti sadržaje treba uvesti ilustriranjem pojmova te primjenom do sada stečenih znanja npr. pri određivanju udaljenosti primijeniti Pitagorin teorem. Učenici se upoznaju sa mogućnošću rješavanja geometrijskih zadataka usvajanjem i korištenjem analitičkih metoda. Koristiti po mogućnosti namjenski računarSKI software npr. Geometer's Sketchpad i Geogebra – kompjuterski program za nastavu matematike.	
C.9.6. Odabira i preračunava odgovarajuće mjerne jedinice.	• Preračunava mjerne jedinice iz manjih u veće i obrnuto za dužinu, masu, vrijeme, zapreminu, površinu i mjeru ugla. • Odabira odgovarajuću mjernu jedinicu pri rješavanju problema.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.2.1.
Ključni sadržaji	
• Mjerne jedinice za dužinu, masu, vrijeme, zapreminu, površinu i mjeru ugla.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Često su u problemskim zadacima dati podaci sa različitim mjernim jedinicama koje je potrebno preračunavati da bi se došlo do željenog rješenja. Mjerne jedinice sa kojima ćemo se susretati su za dužinu: km, m, dm, cm, mm, masu: t, kg, dag, g, mg, zapreminu tečnosti: hl, l, dl, ml, vrijeme: s, min, h, dan, sedmica, mjesec, godina, površinu: mm ² , cm ² , dm ² , m ² , km ² , zapreminu: cm ³ , dm ³ , m ³ , brzinu: m/s, km/h, mjeru ugla: ugaoni stepen, minuta i sekunda. Povezivati prefikse mjernih jedinica sa zapisom potencije baze 10 i cjelobrojnim eksponentom: deci 10 ⁻¹ , centi 10 ⁻² , mili 10 ⁻³ , mikro 10 ⁻⁶ , nano 10 ⁻⁹ , piko 10 ⁻¹² , deka 10 ¹ , hekto 10 ² , kilo 10 ³ , mega 10 ⁶ , giga 10 ⁹ , tera 10 ¹² .	

Oblast: D/ Podaci i vjerovatnoća	
Ishod učenja	Razrada ishoda
D.9.1. Računa vjerovatnoću nekog događaja i na osnovu nje donosi odluku.	• Procjenjuje i računa vjerovatnoću zadanog događaja. • Poznaje skup povoljnih i elementarnih događaja. • Donosi odluku na osnovu vjerovatnoće događaja.
Poveznice sa ZJNPP	
Ključni sadržaji	
• Vjerovatnoća slučajnog događaja.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Ovim ishodom se provjerava logičko razmišljanje učenika i sposobnost pravilnog odabira na osnovu poznavanja podataka o događaju.	

D.9.2. Analizira podatke povezane sa novcem.	• Preračunava novčane valute iz jedne u drugu. • Uspoređuje kamatne stope kredita/štednje. • Analizira otplatni plan kredita.
Poveznice sa ZJNPP	
Ključni sadržaji	
• Valute. • Kamate na štednju i kredit.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Pri ostvarivanju navedenog ishoda potrebno je provjeriti logičko razmišljanje i razumijevanje problema iz svakodnevnog života.	

GIMNAZIJA

I razred

Opća gimnazija, Matematičko - informatička gimnazija, Gimnazija informacionih tehnologija - /4 časa sedmično - 140 časova godišnje/

Filološka gimnazija - /3 časa sedmično - 105 časova godišnje/

Oblast: A/ Skupovi, brojevi i operacije	
Ishod učenja	Razrada ishoda
A.I.1. Analizira svojstva i odnose skupova u različitim formama prikazivanja i primjenjuje ih prilikom rješavanja problemskih zadataka.	- Definiše i simbolima označava osnovne pojmove vezane za skupove. * - Primjenjuje operacije sa skupovima i prikazuje podskup, uniju, presjek, razliku, komplement i simetričnu razliku skupova zapisujući ih matematičkim simbolima. * - Prepoznaje pripadnost broja određenom skupu brojeva i upotrebljava simbolički matematički zapis. - Opisuje razliku između racionalnog i iracionalnog broja koristeći decimalni zapis. - Upoređuje skupove N, Z, Q, I i R i argumentuje njihovu međusobnu povezanost. - Zapisuje podskupove realnih brojeva intervalima i prikazuje ih na brojnoj osi. - Povezuje skupovne relacije i operacije sa društvenim i prirodnim pojavama, tumači ih te izvodi zaključke koristeći se matematičkim izrazom. *
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.1
Ključni sadržaji	
- Osnovni pojmovi teorije skupova. * - Operacije i relacije sa skupovima. * - Skupovi N, Z, Q, I, R. - Brojna osa. - Interval. - Apsolutna vrijednost realnog broja.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Skupove prikazati na različite načine: nabranjem elemenata, opisivanjem općeg elementa skupa, Euler-Vennovim dijagramom. U okviru poglavlja o skupu R realnih brojeva treba sistematizirati i proširiti dosadašnja znanja o skupovima N, Z, Q i R. Da bi se nadogradilo znanje stečeno u osnovnoj školi aksiomatski zasnovati skup R ne insistirajući na upotrebi pojma algebarskih struktura. Obavezno naglasiti koje operacije su zatvorene u određenim skupovima tako da se formiranje svakog novog skupa uslovi potrebom da dobiveni skup bude zatvoren za razmatranu operaciju uz uvažavanje principa permanencije. Koristeći se konkretnim primjerima ukazati na potrebu za proširenjem skupova. Pomoću relacije inkluzije prikazati odnos između navedenih skupova. Nakon formiranja skupa R realnih brojeva treba uvesti brojnu osu i apsolutnu vrijednost realnog broja kao udaljenost toga broja od nule na brojnoj osi. Navesti pravila koje koristimo pri zaokruživanju brojeva. * Navedeni indikatori i ključni sadržaji, kao i dio preporuke koji se odnosi na taj sadržaj, se ne odnosi na Filološku gimnaziju.	
A.I.2. Primjenjuje operacije (računanje) u skupu realnih brojeva.	Analizira i primjenjuje svojstva operacija u skupovima N, Z, Q i I.

	• Računa vrijednosti brojnih izraza poštujući redoslijed računskih operacija. • Primjenjuje računske operacije na rješavanje složenih zadataka u skupu realnih brojeva. • Primjenjuje računske operacije u problemskim zadacima različitog nivoa složenosti i procjenjuje tačnost rješenja.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.2.1
Ključni sadržaji	
• Računske operacije u skupu N. • Računske operacije u skupu Z. • Računske operacije u skupu Q. • Računske operacije u skupu I. • Računske operacije u skupu R. • Postoci. • Aritmetička sredina. • Omjer. • Proporcija.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Upućivati na sistematičan i postupan rad prilikom korištenja pravila i osobina računanja te se voditi zaključivanjem na osnovu analogije često govoreći „analogno se dobiva“, „ovo je sličan zadatak“, „ovdje možemo ponoviti opisani postupak“ i sl. Primjenjivati postotni račun, proporcije i aritmetičku sredinu pri rješavanju problemskih zadataka različitih konteksta. Preporučuje se upotreba IKT-a pri pronalaženju prostih brojeva i provjere djeljivosti prirodnih brojeva. Sadržaje ove tematske cjeline moguće je korelirati sa sadržajem nastavnih predmeta: Informatika (algoritmi za rad s cijelim brojevima, algoritam za nalaženje NZD i NZS, algoritam koji provjerava je li broj prost ili složen), Hemija (postotci).	

Oblast: B/ Algebra	
Ishod učenja	Razrada ishoda
B.I.1. Primjenjuje stepene sa cjelobrojnim eksponentom i računa sa algebarskim izrazima i algebarskim razlomcima.	• Računa vrijednosti brojnih izraza koji sadrže stepene sa cjelobrojnim eksponentom. • Primjenjuje osobine i operacije sa stepenima. • Koristi naučni oblik zapisivanja realnog broja. • Pojednostavljuje i traži vrijednosti algebarskog izraza na osnovu date vrijednosti varijable. • Razlikuje monom, binom, trinom i polinom. • Primjenjuje računske operacije sa polinomima • Primjenjuje binomne formule • Rastavlja cijele algebarske izraze na faktor • Skraćuje, množi, dijeli i sabira algebarske razlomke.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.2.2 MTP-2.1.1.
Ključni sadržaji	
• Stepene s cjelobrojnim eksponentom. • Računske operacije sa stepenima. • Naučni(eksponecijalni) oblik zapisivanja realnog broja.	

• Cijeli i razlomljeni brojni izrazi. • Cijeli algebarski izrazi. • Monomi i operacije sa monomima. • Transformacija cijelih algebarskih izraza. • Polinomi i operacije sa polinoma. • Algebarski identiteti. • Rastavljanje cijelih algebarskih izraza na faktore. • Euklidov algoritam. Nule polinoma. Bezuova teorema. Hornerova shema. • Razlomljeni algebarski izrazi. • Transformacija razlomljenih algebarskih izraza.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Stepenovanje cjelobrojnim eksponentom uvježbati do automatizma kako bi učenici bez poteškoća primjenjivali ovu operaciju u rješavanju raznih zadataka povezanih sa gradivom iz nastavnih predmeta Fizike, Biologije i Hemije. Posebno naglasiti da se smiju sabirati i oduzimati stepeni jednakih baza i eksponenata, da kod stepenovanja negativnog broja paze na parnost eksponenta. Koristiti primjere problemskih zadataka u primjeni stepena i zapisivati brojeve u naučnom zapisu (npr. udaljenost između dva grada na karti u nekom omjeru, pa kolika je stvarna udaljenost i sl.) Insistirati na poznavanju algebarskih identiteta (kvadrat zbira i razlike, kub zbira i razlike, razlika kvadrata, zbir i razlika kubova) i njihovoj primjeni. Ukazati na analogiju između postupaka pri dijeljenju brojeva i pri dijeljenju polinoma te insistirati na razumijevanju i primjeni pravila. Kod određivanja ostatka pri dijeljenju brojeva uočiti vezu između klasičnog dijeljenja, Hornerove sheme i Bezuovog stava kako bi učenici umjeli koristiti ove osnovne algebarske teoreme pri izradi zadataka vodeći računa o postavljenim uslovima. Pri izučavanju algebarskih izraza sistematizovati ono što su učenici do sada učili kroz odgovarajuće primjere i zadatke. U okviru razlomljenih algebarskih izraza uvijek određivati definiciono područje (čak i kad se radi o cijelom skupu $\mathbb{R}$). Korelacija sadržaja je moguća sa Informatikom (pretvaranje broja iz jednog brojnog sistema u drugi, Euklidov algoritam), Fizikom ((naučni zapis realnog broja, izračunavanje nepoznate veličine), Geografija (prikazivanje udaljenost na karti i u stvarnosti), Biologija (broj virusa, bakterija) i Hemija.	
B.I.2. Analizira linearnu funkciju i njene osobine, te modelira linearnom funkcijom.	• Prikazuje i primjenjuje linearne funkcije $y=kx$, $y=kx+n$, $k \neq 0$ u koordinatnom sistemu i analizira njihova svojstva. • Opisuje uticaj koeficijenta na položaj grafika, definiše i određuje nulu funkcije. • Iz grafika funkcije čita argumente i vrijednosti te određuje koeficijente i funkciju i obrnuto. • Prikazuje grafički funkciju apsolutne vrijednosti. • U problemskim situacijama prepoznaje linearnu zavisnost, zapisuje je kao linearnu funkciju te primjenjuje na analizu problema. • Analizira problem koji je zadan grafikom linearne funkcije.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.2.
Ključni sadržaji	
• Pojam funkcije (preslikavanja). • Osobine funkcija. Inverzna funkcija. • Kompozicija funkcija. • Pravougli koordinatni sistem u ravni. • Funkcija direktne i obrnute proporcionalnosti. • Linearna funkcija. • Grafik linearne funkcije.	

• Grafik funkcije apsolutne vrijednosti.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Prilikom ispitivanja svojstava funkcije kod učenika razvijati zaključivanje koje se temelji na osnovama matematičke logike. Osposobiti učenike da na grafiku prepoznaju injektivne i surjektivne funkcije. Pronaći ilustrativne primjere funkcija sa navedenim svojstvima kako bi se povezala formalna matematička tumačenja sa konkretnim primjerima. Pojam inverzne funkcije objasniti navodeći konkretne primjere. Grafike inverznih funkcija predstavljati u istom koordinatnom sistemu. Zatim uvesti funkcije direktne i obrnute proporcionalnosti kao i linearne nehomogene funkcije ispitujući ih i crtajući njihove grafike. Navoditi problemske situacije npr. iz ekonomije (linearne funkcije troškova-fiksni troškovi), obračun potrošene električne energije, pretplata mobilne telefonije, računanje vrijednosti CO₂ i dr. kako bi se prepoznata linearna zavisnost zapisala kao linearna funkcija te primijenila na analizu problema. Koristiti različite metode aktivne nastave npr. slagalica, KWL (znam–želim znati–naučio sam) tabela, misli–spari–razmijeni, INSERT i dr. kako bi se tokom problemske nastave uspješnije razvijalo kritičko mišljenje učenika.	
B.I.3. Primjenjuje linearne jednačine, nejednačine i sisteme linearnih jednačina i nejednačina.	• Izražava jednu veličinu pomoću druge primjenjujući svojstvo jednakosti. • Rješava linearne jednačine i nejednačine sa jednom nepoznatom. • Rješava linearne jednačine i nejednačine sa apsolutnim vrijednostima. * • Rješava sisteme jednačina i nejednačina sa dvije nepoznate. • Koristi različite metode za rješavanje sistema linearnih jednačina sa dvije nepoznate. • Primjenjuje linearne jednačine na rješavanje problemskih zadataka.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.2.1.
Ključni sadržaji	
• Jednakost i jednačina. Ekvivalentne jednačine. • Rješavanje linearnih jednačina sa jednom nepoznatom. • Problemi koji se rješavaju pomoću linearne jednačine sa jednom nepoznatom. • Jednačina sa apsolutnim vrijednostima. * • Nejednakost i nejednačina. Ekvivalentne nejednačine. • Rješavanje linearne nejednačine sa jednom nepoznatom. • Sistem linearnih nejednačina sa jednom nepoznatom (grafički prikaz rješenja). • Linearna jednačine sa dvije nepoznate. • Sistem od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate. • Metode rješavanja: metoda supstitucije, Gausova (Gauss) metoda, metoda determinanti i grafička metoda. Primjena sistema linearnih jednačina sa dvije nepoznate.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Kod rješavanja linearnih jednačina sa jednom nepoznatom objasniti geometrijski smisao rješenja te na taj način dovesti u vezu funkcije i jednačine. Naučiti učenike da obavezno vrše provjeru dobivenog rješenja. Prije rješavanja jednačina sa apsolutnim vrijednostima, insistirati na razumijevanju pojma apsolutne vrijednosti, kako se zapisuje da je npr. broj x od broja a udaljen za b. Analizirajući sistem dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate naučiti učenike da odaberu najpogodniju metodu za njegovo rješavanje. Pri rješavanju problema učenici se usmjeravaju na razmatranje nekog bliskog, sličnog problema i oponašanje postupka njegovog rješenja koristeći se metodom Aktivacija učeničkih iskustava. Ovaj način primjene analogije neće uvijek biti od pomoći, ali će ukazati na smjer kojim treba nastaviti rješavanje. U problemskim zadacima obuhvatiti različita područja: postotke, direktnu i obrnutu proporcionalnost, problemi smjese, rada, podjele, geometrijske probleme i sl. Poželjno je i korištenje softverskog paketa Geogebra kojim se razvija digitalna pismenost kao i IKT vještine. Korelacija je moguća sa Fizikom (direktna i obrnuta proporcionalnost vezano za fizičke veličine) i Hemijom (račun smjese).	

* Navedeni indikator i ključni sadržaj, kao i dio preporuke koji se odnosi na taj sadržaj, se ne odnosi na Filološku gimnaziju.	
B.I.4. Diskutuje o rješenjima linearnih jednačina i nejednačina i sistema linearnih jednačina i nejednačina. *	• Obrazlaže nemoguće i neodređene linearne jednačine i sisteme linearnih jednačina. • Izvodi zaključak o rješenjima na osnovu grafičkog prikaza. • Prezentuje i tumači rješenja u kontekstu datog problema. • Diskutuje postojanje rješenja jednačina, nejednačina i sistema ovisno o parametru. • Primjenjuje Kramerovu teoremu prilikom diskusije rješenja sistema linearnih jednačina.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.2.2.
Ključni sadržaji	
• Diskusija rješenja linearnih jednačina i nejednačina. • Diskusija rješenja sistema linearnih jednačina. Kramerova teorema.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Diskusije rješenja učenicima približiti odgovarajućim obrazloženjima kako bi shvatili njihovu smislenost. Osposobiti učenike da jezičku formu problema pretvore u matematičku i obrnuto. Rješavati zadatke sa najviše dva parametra i zadatke sa apsolutnom vrijednosti.	
*Navedeni ishod, indikatori i ključni sadržaj, kao i preporuke se ne odnosi na Filološku gimnaziju.	
B.I.5. Učenik primjenjuje logiku iskaza i logičke operacije.	• Koristi osnovne pojmove vezane za matematičku logiku. • Primjenjuje logičke operacije * • Primjenjuje logiku iskaza za ispitivanje istinitosne vrijednosti formula. * • Uočava i analizira veze između logičkih i skupovnih operacija (disjunkcija – unija skupova, konjunkcija – presjek skupova i sl.) *
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.3.1
Ključni sadržaji	
• Osnovni pojmovi i definicije u matematici. • Aksiome. Teoreme. Dokazi. Potreban i dovoljan uslov. • Iskaz i operacije sa iskazima * • Osnovni pojmovi matematičke logike. *	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Pojmovi poznati od ranije se sada uvode na strogo matematički način. Precizno se uvode: osnovni pojmovi, izvedeni pojmovi, definicije, aksiome, teoreme, dokazi, potrebni i dovoljni uslovi. Razne izjavne rečenice iz svakodnevnog života se prevode na matematički jezik u vidu složenih ili prostih iskaza, te se njihova istinitost ispituje koristeći Booleovu algebru i njene zakonitosti. Povezati i uočiti vezu između logičkih i skupovnih operacija (disjunkcija – unija skupova, konjunkcija – presjek skupova itd.).	
*Navedeni indikatori i ključni sadržaj, kao i dio preporuke koji se odnosi na taj sadržaj, se ne odnosi na Filološku gimnaziju.	

Oblast: C/ Geometrija i mjerenja	
Ishod učenja	Razrada ishoda
C.I.1. Analizira svojstva i odnose geometrijskih elemenata u ravni i koristi ih za rješavanje geometrijskih problema.	• Određuje odnose između tačaka pravih i ravni, međusobni odnos dviju kružnica • Opisuje vrste uglova, vrste parova uglova. • Primjenjuje svojstva uglova sa okomitim, paralelnim kracima i uglova uz transversalu pri rješavanju zadataka. • Primjenjuje odnos centralnog i perifernog ugla. * • Primjenjuje osobine tangentsnog i tetivnog četverougla. * • Definiše vektor. Crta suprotan vektor datom. • Računa sa vektorima grafički, množi vektor realnim brojem. • Razlikuje izometrijska preslikavanja i koristi ih u problemskim zadacima.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.1
Ključni sadržaji	
• Osnovni i izvedeni pojmovi i stavovi u geometriji. • Ugao, vrste uglova (susjedni, naporedni, uglovi uz transversalu, uglovi sa paralelnim kracima, uglovi sa normalnim kracima). • Trougao. • Kružnica i krug. Centralni i periferni ugao. Tangente kružnice. * • Četverougao (paralelogrami: paralelogram, pravougaonik, kvadrat, romb; trapezi: trapez, jednakokraki i pravougli; trapezoidi: trapezoid, romboid i deltoid). • Tangentni i tetivni četverougao. * • Vektori u ravni. Operacije sa vektorima. Linearna zavisnost vektora kolinearnost vektora. • Izometrijska preslikavanja: translacija, rotacija, osna i centralna simetrija.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
U ovoj tematskoj oblasti sadržaje treba obraditi sistematizacijom znanja koja su stečena u osnovnoj školi. U realizaciji sadržaja Osnovni i izvedeni stavovi i pojmovi u geometriji, istaći značaj za aksiomatskim zasnivanjem geometrije (pet grupa aksioma: aksiome pripadanja, poretka, kongruencije, neprekidnosti i paralelnosti), te navesti učenike da ponove definicije: poluprave, duži, poligonalne linije, poluravani i poluprostora, trougla (podjele), četverougla (podjele), kružnice i kruga i njihovih osobina. Osobine uglova sa paralelnim kracima, uglova sa normalnim kracima te uglova uz transversalu primjenjivati u uočavanju podudarnosti uglova. Isticati trokomponentnost pojma vektora. Demonstrirati primjere linearne zavisnosti i nezavisnosti vektora analitički i grafički. Kod izometrijskih preslikavanja birati jednostavnije primjere, ali voditi računa o preciznosti, te o jasnom opisivanju preslikavanja. * Navedeni indikatori i ključni sadržaji, kao i dio preporuke koji se odnosi na taj sadržaj, se ne odnosi na Filološku gimnaziju.	
C.I.2. Primjenjuje podudarnost i sličnost geometrijskih figura *.	• Primjenjuje teoreme o podudarnosti i sličnosti trouglova. • Koristi Talesovu teoremu o proporcionalnosti duži u modeliranju problemskih situacija. • Rješava geometrijske zadatke koristeći homotetiju i sličnost.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.4

Ključni sadržaji	
• Značajne tačke, duži i prave trougla. • Podudarnost trouglova. Teoreme o podudarnosti, odnos uglova i stranica trougla. • Proporcionalnost duži. Talesova teorema. • Homotetija kao preslikavanje. • Sličnost. Sličnost trougla i mnogougla. Teoreme sličnosti. • Primjena sličnosti na pravougli trougao. • Geometrijska sredina dvije duži. • Osobine simetrala unutrašnjeg i vanjskog ugla trougla. • Konstruktivni zadaci primjene sličnosti.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Posebnu pažnju posvetiti proporcionalnosti duži, Talesovoj teoremi i njenom obratu, kroz odgovarajuće primjere. Demonstrirati primjere invarijantnosti za homotetiju (za pravu, duž i ugao). Dokazati stavove o sličnosti trouglova, te ih primjenjivati u zadacima, insistirajući na tome da učenici sa skice pretpostavljaju koji trouglovi bi mogli biti slični i zašto, a nakon toga i dokazati svoju pretpostavku ukoliko je tačna. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za istraživanje svojstava, prikaz zadataka i provjeru ispravnosti rješenja. Primijeniti znanja u autentičnim životnim situacijama. * Navedeni ishod, indikatori i ključni sadržaj, kao i preporuke se ne odnosi na Filološku gimnaziju.	
C.I.4. Primjenjuje trigonometrijske omjere.	• Primjenjuje vezu između mjera ugla datih u stepenima i radijanima. • Definiše trigonometrijske funkcije oštih uglova pravouglog trougla. • Određuje vrijednosti oštih uglova u pravouglom trouglu koristeći se trigonometrijskim omjerima. • Primjenjuje trigonometrijske omjere pri modeliranju problemskih situacija i rješavanju problema u planimetriji. *
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.2.2
Ključni sadržaji	
• Mjera ugla u stepenima i radijanima. • Definicija trigonometrijskih funkcija oštih uglova u pravouglom trouglu. • Vrijednosti trigonometrijskih funkcija uglova od 30°, 45° i 60°. • Računanje vrijednosti trigonometrijskih funkcija. • Primjena na pravougli trougao i primjena u planimetriji. *	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Pomoću definicije radijana postepeno ukazati na vezu sa vrijednostima ugla u stepenima kako bi se formalni zapis između ovih mjernih jedinica približio učenicima. Trigonometrijske funkcije pratiti odgovarajućim skicama prilikom njihovog definisanja u pravouglom trouglu. Nakon toga primjenjujući trigonometrijske omjere odrediti vrijednosti trigonometrijskih funkcija oštih uglova od 30°, 45° i 60°. * Navedeni indikator i ključni sadržaj se ne odnosi na Filološku gimnaziju.	

Oblast: D/ Podaci i vjerovatnoća	
Ishod učenja	Razrada ishoda
D.I.1. Prikuplja, organizuje, tablično i grafički prikazuje podatke te određuje i interpretira srednje vrijednosti.	• Tumači, analizira i organizuje podatke povezujući ih sa zadatim problemom. • Podatke prikazuje na različite načine: tablično, stupčastim dijagramom, histogramom, dijagramom stablo-list, linijskim dijagramom. • Određuje mjere srednje vrijednosti podataka: težinsku aritmetičku sredinu, mod i medijan. • Određuje mjere raspršenosti podataka: donji i gornji kvartil te standardnu devijaciju. • Crta brkату kutiju.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-4.1.1 MTP-4.1.2.
Ključni sadržaji	
• Prikaz podataka. • Mjere srednje vrijednosti. • Mjere raspršenja. • Kutijasti dijagram (brkata kutija).	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Prikazivanje mjera dijagramom brkate kutije omogućuje lakšu interpretaciju tih mjera i lakše poređenje više skupova istovrsnih podataka. Na primjeru datog uzorka odrediti statističke parametre: aritmetičku sredinu, mod, medijan, donji i gornji kvartil te standardnu devijaciju. Nakon toga, objasniti značenje standardne devijacije na primjeru. Iz različitih grafičkih prikaza čitati podatke i određivati mjere srednje vrijednosti zadanih podataka. Poželjno bi bilo učenicima zadati projektni zadatak vezan za prikupljanje određenih podataka, a zatim nacrtati stupčasti dijagram relativnih frekvencija za te podatke.	

II razred
Opća gimnazija, Matematičko - informatička gimnazija - /4 časa sedmično - 140
časova godišnje/
Gimnazija informacionih tehnologija, Filološka gimnazija - /3 časa sedmično -
105 časova godišnje/

Oblast: A/ Skupovi, brojevi i operacije	
Ishod učenja	Razrada ishoda
A.II.1. Analizira svojstva i odnose u skupu kompleksnih brojeva i primjenjuje ih u rješavanju zadataka.	• Diskutuje o vrijednostima stepena imaginarne jedinice. • Analizira povezanost i međusobni odnos realnih i kompleksnih brojeva koristeći različite prikaze. • Usvaja geometrijski prikaz kompleksnog broja. • Predstavlja kompleksne brojeve u kompleksnoj ravni.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.1
Ključni sadržaji	
• Imaginarna jedinica. • Imaginarni brojevi. • Kompleksni brojevi u obliku uređenih parova. • Algebarski oblik kompleksnog broja. • Jednakost kompleksnih brojeva. • Konjugovano-kompleksni brojevi. • Modul kompleksnog broja. • Kompleksna ili Gaussova ravan.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Objasniti motiv za uvođenje pojma kompleksnog broja rješavajući jednačinu oblika $x^2 + 1 = 0$. Napomenuti da je izlaz iz ove situacije pronašao švicarski matematičar Ojler (Euler) uvođenjem imaginarne jedinice, koja se po dogovoru označava simbolom „i“. Koristeći se definicijom imaginarne jedinice utvrditi da se njenim stepenovanjem dobija jedna od četiri vrijednosti $\pm 1, \pm i$. Kompleksnu (Gaussovu) ravan uvesti preko bijekcije skupa C na ravan xOy upućujući tako na vezu između kompleksnih brojeva i tačaka u ravni.	
A.II.2. Odabira i kombinuje metode i operacije za rješavanje zadataka u skupu kompleksnih brojeva i daje rješenja.	• Kombinuje računске operacije s realnim i kompleksnim brojevima. • Utvrđuje zatvorenost računskih operacija u skupu kompleksnih brojeva. • Kombinuje operacije, metode i strategije za rješavanje zadataka u skupu kompleksnih brojeva.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.2.1
Ključni sadržaji	
• Računske operacije u skupu kompleksnih brojeva.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Usvojiti pravila računskih operacija sa kompleksnim brojevima u algebarskom obliku kroz rješavanje različitih primjera te povezati sa npr. operacijama sa polinomima, racionalisanjem nazivnika i dr. Stepene imaginarne jedinice predstaviti preko relacijske veze sa vrijednostima $\pm 1, \pm i$. Uočiti zatvorenost skupa C u odnosu na sve	

računske operacije ali i da nije uređen u odnosu na relacije „biti veće“, „biti manje“. Računati modul i određivati konjugovani oblik kompleksnog broja koristeći se navedenim formalnim prikazima.

Oblast: B/ Algebra	
Ishod učenja	Razrada ishoda
B.II.1. Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti i veze u matematici i realnom svijetu.	• Definiše pravila za operacije sa stepenima i korijenima. • Primjenjuje operacije sa stepenima i korijenima. • Racionališe nazivnik. • Transformiše stepene sa racionalnim eksponentom u korijene i obrnuto. • Računa vrijednost brojevnih izraza. • Računa vrijednost logaritamskih izraza.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1
Ključni sadržaji	
• Aritmetički korijen. • Pravila i operacije sa aritmetičkim korijenom. • Racionalisanje nazivnika. • Stepene sa racionalnim i realnim eksponentom i operacije sa njima. • Pojam logaritma (definicija, dekadski i prirodni logaritmi). • Prelazak sa jedne logaritamske baze na drugu.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Korijene obraditi postupno i detaljno uz dovoljan broj odgovarajućih primjera za uvježbavanje pravila korjenovanja. Naučiti racionalisati nazivnik proširivanjem razlomka monomom, te svođenjem nazivnika na razliku kvadrata i kubova. Usvojiti i primjenjivati pravila za računanje sa stepenima sa racionalnim eksponentom. Voditi računa da se sva nova pravila uvode na jednostavnijim primjerima, kako bi učenici uvidjeli njihovu primjenu. Postepeno usložnjavati zadatke. Od učenika zahtijevati da oznaku za logaritam log pišu u istoj ravni kao i argument logaritma i vrijednost logaritma, dok bazu logaritma, koja je indeks, pišu spuštено, manje veličine. Prije nego što se navede definicija logaritma, naglašavajući uslove vezane za argument, bazu i vrijednost logaritma, sa učenicima postupno doći do ekvivalencije $a^y = x \Leftrightarrow x = \log_a y$ navodeći odgovarajuće konkretne primjere.	
B.II.2. Rješava jednačine i nejednačine, diskutuje o rješenjima u kontekstu problema i grafički ih predstavlja.	• Uočava ulogu i značaj vrijednosti diskriminante kvadratne jednačine i pravilno tumači prirodu rješenja kvadratne jednačine. • Rješava kvadratne jednačine korištenjem Vieteovih formula. • Primjenjuje Vieteove formule i diskriminantu u složenijim zadacima određivanja koeficijenata. • Rješava jednostavne sisteme kvadratne i linearne jednačine. * • Kombiniuje metode i tehnike rješavanja jednačina, nejednačina i sistema. * ** • Modelira problemsku situaciju koristeći se jednačinama i nejednačinama. * **

	Diskutuje rješenja jednačina, nejednačina i sistema u kontekstu problema uz grafički prikaz rješenja kada je to moguće. * **
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.2.1
Ključni sadržaji	
- Kvadratne jednačine oblika $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$ i nejednačine oblika $ax^2 + bx + c < 0, a \neq 0$. - Vieteove formule. Rastavljanje kvadratnog trinoma na linearne faktore. - Bikvadratne jednačine oblika $ax^4 + bx^2 + c = 0, a \neq 0$. * ** - Jednačine višeg reda (trećeg i četvrtog stepena) sa simetričnim koeficijentima. * ** - Iracionalne jednačine i nejednačine. - Eksponecijalne jednačine i nejednačine. - Logaritamske jednačine i nejednačine. - Sistemi jednačina sa dvije nepoznate od kojih je jedna prvog, a jedna drugog stepena. * - Sistemi kvadratnih jednačina sa dvije nepoznate. *	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Prvo rješavati nepotpune kvadratne jednačine, a zatim izvesti formulu za rješavanje potpune kvadratne jednačine. Argumentovati prirodu rješenja kvadratne jednačine određujući vrijednost diskriminante D. Pošto kvadratne jednačine imaju široku primjenu njihovo rješavanje treba uvježbati do nivoa automatizma. Koristeći Vieteove formule pokazati kako se može formirati kvadratna jednačina ako se znaju njena rješenja. Kvadratne nejednačine rješavati na više načina, grafički i analitički npr. koristeći se znakom kvadratne funkcije. Poželjno je isti primjer rješavati na više načina. Kod učenika razviti sposobnost prepoznavanja jednačina višeg reda koje se svode na kvadratne. Prilikom rješavanja bikvadratnih jednačina birati zadatke sa konstantnim i promjenljivim koeficijentima. Prilikom rješavanja sistema jednačina dati grafički prikaz, kad god je to racionalno. Izračunavanju logaritma treba posvetiti posebnu pažnju. Skrenuti pažnju na značaj određivanja definicionog područja kod iracionalnih i logaritamskih jednačina i nejednačina. Kod rješavanja logaritamskih jednačina krenuti od jednostavnih npr. $f(x) = b, 0 < a \neq 1$, a onda preći na složenije uz obavezno određivanje definicionog područja. Prilikom rješavanja zadataka kao provjeru tačnosti rješenja koristiti IKT alate kao što su Geogebra, Photomath i dr. * Navedeni indikator i ključni sadržaj, te preporuke koje se odnose na taj dio, se ne odnosi na Filološku gimnaziju. ** Navedeni indikator i ključni sadržaj, te preporuke koje se odnose na taj dio, se ne odnosi na Gimnaziju informacionih tehnologija.	
B.II.3. Povezuje i primjenjuje trigonometrijske identitete.	- Računa, koristeći osnovni trigonometrijski identitet, vrijednosti ostalih trigonometrijskih funkcija. - Primjenjuje i povezuje osnovne trigonometrijske identitete, adicione formule, formule dvostrukog i polovičnog ugla te formule transformacije zbira u proizvod. - Dokazuje trigonometrijske tvrdnje primjenom trigonometrijskih identiteta.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1.
Ključni sadržaji	
- Osnovni trigonometrijski identiteti. - Adicione teoreme. - Trigonometrijske funkcije dvostrukog i polovičnog ugla. - Transformacija zbira trigonometrijskih funkcija u proizvod i obrnuto.	

Preporuke za ostvarenje ishoda
Odrediti vrijednosti trigonometrijskih funkcija, ako je poznata vrijednost jedne od tih funkcija pomoću osnovnog trigonometrijskog identiteta. Nakon što se izvedu adicione formule za trigonometrijske funkcije zbira i razlike dvaju uglova, moguć je niz specijalizacija. Metodom specijalizacije, uvrštavanjem $\beta = \alpha$ u adicione formule dobijamo formule za trigonometrijske funkcije dvostrukog ugla. Navesti učenike da ovom metodom izvedu i formule za trigonometrijske funkcije polovičnog ugla, što im omogućuje bolje razumijevanje ovih nastavnih sadržaja. Kombinujući usvojene veze između trigonometrijskih funkcija, kao identitete računati i dokazivati trigonometrijske tvrdnje.

Oblast: C/ Geometrija i mjerenja	
Ishod učenja	Razrada ishoda
C.II.1. Ispituje i grafički prikazuje funkcije te primjenjuje njihova svojstva (osobine).	- Ispituje i primjenjuje svojstva funkcija (kvadratne, eksponencijalne, logaritamske, trigonometrijske funkcije). - Grafički prikazuje funkcije (kvadratne, eksponencijalne, logaritamske, trigonometrijske funkcije) na osnovu ispitanih elemenata i očitava tačke sa grafika funkcija. - Prepoznaje grafike funkcija. - Objašnjava oblik kvadratne funkcije u ovisnosti o diskriminanti i najstarijem koeficijentu funkcije. - Tumači, na osnovu grafika, svojstva kvadratne funkcije i koristi ih prilikom rješavanja kvadratnih jednačina, nejednačina kao i u zadacima vezanim za problem određivanja npr. maksimuma i minimuma. * * - U problemskim situacijama prepoznaje kvadratnu zavisnost, zapisuje je kao kvadratnu funkciju te primjenjuje na analizu problema. * ** - Prepoznaje inverznu vezu eksponencijalnih i logaritamskih funkcija te tumači grafičke prikaze tih funkcija. - U problemskim situacijama prepoznaje i primjenjuje eksponencijalnu i logaritamsku zavisnost, zapisuje je kao funkciju te primjenjuje na analizu problema. * ** - Grafički prikazuje trigonometrijske funkcije za date vrijednosti amplitude, perioda i pomaka. * **
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.2
Ključni sadržaji	

• Kvadratna funkcija $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ (nule, znak, ekstrem, tok i grafik). • Eksponencijalna funkcija $y = a^x$, $0 < a \neq 1$ (domena, nule, znak, ekstrem, tok, asimptote i grafik). Logaritamska funkcija (domena, nule, znak, ekstrem, tok, asimptote i grafik). • Osnovne trigonometrijske funkcije $y = \sin \sin x$, $y = \cos \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$ i $y = \operatorname{ctg} x$. • Trigonometrijske funkcije oblika $y = a \cdot \sin x$, $y = a \cdot \sin bx$, $y = a \cdot \sin (bx + c)$, $y = a \cdot \cos x$, $y = a \cdot \cos bx$, $y = a \cdot \cos (bx + c)$.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Demonstrirati crtanje najjednostavnijeg oblika kvadratne funkcije $y = x^2$. Translacijom za vektor položaja tjemena parabole postepeno doći do grafika potpune kvadratne funkcije. Mogu se koristiti i odgovarajući elektronski interaktivni sadržaji. Kvadratne funkcije $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ obraditi detaljno naročito: nule, znak, tok i ekstrem. Na osnovu definicije nule funkcije (nultačke funkcije) izvesti formulu za njeno određivanje te ukazati na vezu između „prirode“ nula funkcije i diskriminante D. Navoditi problemske situacije npr. iz fizike (ispaljeni hitac), ekonomije (rentabilnost poslovanja), sporta (ispucavanje lopte), arhitekture (lukovi mosta, fontane) i dr. kako bi se prepoznata kvadratna zavisnost zapisala kao kvadratna funkcija te primijenila na analizu i rješenje problema. Posvetiti pažnju eksponencijalnim funkcijama i otkrivanju njihovih osobina, kako bi se sa uspjehom koristile pri rješavanju eksponencijalnih jednačina i nejednačina. Eksponencijalni rast objasniti kroz nekoliko primjera npr. koliko puta trebamo presaviti papir da bi dostigli udaljenost od Zemlje do Mjeseca, spomenuti problem zrna pšenice na šahovskoj ploči, i slično. Logaritamsku funkciju definisati kao inverznu funkciju eksponencijalne funkcije i dati grafičku interpretaciju koristeći se pravcem $y = x$. Svojstva logaritamske funkcije staviti u funkciju rješavanja odgovarajućih jednačina i nejednačina. Navoditi probleme iz života npr. prirast stanovništva, razvoj bakterija u jednoj kulturi, porast drvne mase u šumi, količina lijeka u krvi, razgradnja nuklearnog materijala i dr. kako bi se prepoznala eksponencijalna i logaritamska zavisnost te primijenila na analizu i rješenje problema. Prilikom crtanja grafika trigonometrijskih funkcija $y = a \cdot \sin x$, $y = a \cdot \sin bx$, $y = a \cdot \sin (bx + c)$, $y = a \cdot \cos x$, $y = a \cdot \cos bx$, $y = a \cdot \cos (bx + c)$ izvoditi zaključke o osobinama ovih funkcija na osnovu amplitude, perioda i pomaka poredeći ih sa osnovnim trigonometrijskim funkcijama. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim elektronskim interaktivnim programima i alatima. * Navedeni indikator, te dio preporuke koji se odnosi na taj indikator, se ne odnosi na Filološku gimnaziju. ** Navedeni indikator, te dio preporuke koji se odnosi na taj indikator, se ne odnosi na Gimnaziju informacionih tehnologija.	
C.II.2. Primjenjuje osobine trigonometrijskih funkcija.	• Predstavlja proizvoljno zadati ugao na trigonometrijskoj kružnici. • Predstavlja vrijednosti trigonometrijskih funkcija proizvoljno zadatog ugla na trigonometrijskoj kružnici. • Kombinuje i primjenjuje osobine (periodičnost, parnost) trigonometrijskih funkcija pri njihovom svođenju na prvi kvadrant.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.2. MTP-2.1.1.
Ključni sadržaji	
• Definicija trigonometrijskih funkcija na trigonometrijskoj kružnici. • Periodičnost trigonometrijskih funkcija. • Znaci trigonometrijskih funkcija. • Parne i neparne trigonometrijske funkcije. • Vrijednosti trigonometrijskih funkcija uglova od 0 do 2π radijana. • Svođenje na prvi kvadrant.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	

Prilikom definisanja trigonometrijskih funkcija na trigonometrijskoj kružnici važno je da učenici otkriju i uoče vezu između koordinata tačaka na brojevnoj kružnici i trigonometrijskih funkcija ($\sin x$ i $\cos x$), odnosno koordinata tačaka na osi tangensa sa $\tan x$ i osi kotangensa sa $\cot x$. Posebnu pažnju posvetiti uočavanju osobina trigonometrijskih funkcija na kružnici odabirom odgovarajućih zadataka te primjeni osobina (periodičnost, znak, parnost) kod svođenja trigonometrijskih funkcija na prvi kvadrant. Upozoriti na mjere koje se koriste pri računanju (stepeni i radijani).

Oblast: D/ Podaci i vjerovatnoća	
Ishod učenja	Razrada ishoda
D.II.1. Primjenjuje vjerovatnoću. * **	• Opisuje siguran i nemoguć događaj • Primjenjuje algebru događaja (unija, presjek, komplement) za određivanje vjerovatnoće. • Računa geometrijsku vjerovatnoću. • Primjenjuje vjerovatnoću kao relativnu frekvenciju.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-4.2.1.
Ključni sadržaji	
• Događaj. • Vjerovatnoća događaja. • Klasična definicija vjerovatnoće. • Geometrijska vjerovatnoća. • Vjerovatnoća kao relativna frekvencija.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Pomoću odgovarajućih primjera odrediti skup svih povoljnih i mogućih događaja te primijeniti klasičnu definiciju vjerovatnoće. Provoditi proces istraživanja vjerovatnoće nekog događaja kroz tri različite faze: predviđanje (učenici predviđaju ishod događaja na temelju vlastitih uvjerenja), eksperimentiranje (provode eksperiment kako bi istražili vjerovatnoću predviđenog događaja) i zaključivanje (na osnovu eksperimenta dolaze do zaključka o vjerovatnoći nekog događaja). * Navedeni ishod, indikatori i ključni sadržaj se ne odnosi na Filološku gimnaziju. ** Navedeni ishod, indikatori i ključni sadržaj se ne odnosi na Gimnaziju informacionih tehnologija.	

III razred
Opća, Matematičko - informatička gimnazija - /4 časa sedmično - 140 časova
godišnje/
Gimnazija informacionih tehnologija - /3 časa sedmično - 105 časova godišnje/
Filološka gimnazija - /2 časa sedmično - 70 časova godišnje/

Oblast: B/ Algebra	
Ishod učenja	Razrada ishoda
B.III.1. Primjenjuje odnose elemenata analitičke geometrije u ravni.	• Primjenjuje analitičku formulu za izračunavanje površine trougla u PKS. • Zapisuje jednačinu prave u različitim oblicima i crta pravu u koordinatnom sistemu na osnovu njene jednačine. • Računa veličinu ugla između prave i pozitivnog dijela x ose i povezuje ga s koeficijentom pravca prave. • Određuje jednačinu prave iz grafičkog prikaza. • Računa udaljenost tačke od prave i veličinu ugla između pravih. • Tumači odnose između pravih u ravni i zapisuje ih matematičkim simbolima.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1
Ključni sadržaji	
• Koordinatni sistem u ravni. • Udaljenost između dvije tačke. Koordinate središta duži. Koordinate težišta trougla. • Površina trougla izražena kao funkcija koordinata njegovih vrhova. • Uslov kolinearnosti tačaka. • Jednačine prave u ravni. • Ugao između dvije prave u ravni. • Uslov paralelnosti i normalnosti pravih. • Presjek dvije prave. • Jednačina prave koja prolazi kroz jednu zadanu tačku. • Jednačina prave koja prolazi kroz dvije zadane tačke. • Jednačina simetrale ugla između dvije date prave. * **	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
U ovoj tematskoj oblasti sadržaje treba uvesti ilustriranjem pojmova. Sistematizirati znanja koja su stečena u osnovnoj školi te usmjeravati učenike da samostalno i logički zaključuju o vezama koje vrijede, kao i o posljedicama mijenjanja određenih parametara u jednačinama. Učenicima naglasiti da crtež služi samo kao pomoć pri rješavanju zadataka i da on ne može poslužiti kao dokaz riješenog problema. Posebnu pažnju posvetiti oblicima jednačine prave u ravni, transformaciji jednog oblika u drugi, tumačenju sastavnih dijelova tih oblika, kao i određivanju međusobnog položaja dvije prave u ravni. * Navedeni ključni sadržaj se ne odnosi na Filološku gimnaziju. ** Navedeni ključni sadržaj se ne odnosi na Gimnaziju informacionih tehnologija.	
B.III.2. Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti i veze elemenata analitičke geometrije u prostoru, te ih obrazlaže grafički i usmeno.***	• Definiše vektor položaja tačke. • Računa udaljenost između dvije tačke. • Prikazuje na različite načine jednačinu ravni. • Računa udaljenost tačke od ravni. • Tumači odnose između dvije ravni, dvije prave i prave i ravni i zapisuje ih matematičkim simbolima.

	• Prikazuje na različite načine jednačinu prave u prostoru. • Računa ugao između dvije ravni te prave i ravni. • Date podatke prikazuje po mogućnosti uz upotrebu tehnologije. • Geometrijski tumači sistem od tri linearne jednačine s tri nepoznate.
Poveznice sa ZJNPP	
Ključni sadržaji	
• Vektor položaja tačke. • Rastojanje između dvije tačke u prostoru. Podjela duži u datom omjeru. • Različiti oblici jednačine ravni. • Udaljenost tačke od ravni. • Međusobni položaj dvije ravni. • Ugao između dvije ravni. • Geometrijsko tumačenje sistema tri linearne jednačine s tri nepoznate. • Različiti oblici jednačine prave u prostoru. • Udaljenost tačke od prave. • Međusobni položaj dvije prave. • Prava i ravan. Međusobni položaj prave i ravni. • Ugao između prave i ravni.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
U ovoj tematskoj oblasti sadržaje treba uvesti ilustriranjem pojmova. Sistematizovati znanja koja su stečena u analitičkoj geometriji u ravni te usmjeravati učenike da samostalno i logički zaključuju o analognim vezama koje vrijede u prostoru. Učenicima naglasiti da crtež služi kao pomoć pri rješavanju zadataka i da ne može poslužiti kao dokaz riješenog problema. Posebnu pažnju posvetiti različitim oblicima jednačine ravni, transformaciji jednog oblika u drugi, tumačenju sastavnih dijelova tih oblika, kao i određivanju međusobnog položaja dvije ravni. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računarskim programima i alatima. *** Navedeni ključni sadržaj se odnosi na Matematičko - informatičku gimnaziju.	
B.III.3. Ispituje krive drugog reda te analizira osobine i odnose pravih i krivih drugog reda.	• Ispituje jednačinu kružnice, elipse, hiperbole i parabole i iz nje pronalazi nepoznate elemente krive i obratno. • Transformiše jedan oblik jednačine krivih drugog reda u drugi. • Tumači i određuje na osnovu grafičkog prikaza ili zadanih uslova jednačine kružnice, elipse, hiperbole i parabole. • Utvrđuje odnose prave i krivih drugog reda (uslov dodira, okomitosti i ugao presjeka).
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1
Ključni sadržaji	
• Definicija i konstrukcija kružne linije. Jednačina kružnice. • Međusoban položaj prave i kružnice. • Definicija i konstrukcija elipse. Jednačina elipse. • Međusoban položaj prave i elipse. • Definicija i konstrukcija hiperbole. Jednačina hiperbole. • Međusoban položaj prave i hiperbole. • Definicija i konstrukcija parabole. Jednačina parabole. • Međusoban položaj prave i parabole. • Zajednička tangenta dvije krive drugog reda. • Analitičko razmatranje međusobnog odnosa dvije krive drugog reda u ravni.	

Preporuke za ostvarenje ishoda	
Jednačinu kružnice izvesti tako što kružnicu smjestimo u koordinatni sistem tako da joj se centar O podudara sa ishodištem. Zatim koristiti definiciju kružnice i formulu za udaljenost između dvije tačke u ravni te iz dobivene jednakosti izvesti jednačinu kružnice. Transformisati jedan oblik jednačine kružnice u druge. Jednačinu elipse izvesti tako što elipsu smjestimo u koordinatni sistem tako da joj je centar O u ishodištu koordinatnog sistema, a ose na koordinatnim osama. Koristiti definiciju elipse i formulu za udaljenost između dvije tačke u ravni te iz dobivene jednakosti izvesti jednačinu elipse. Transformisati jedan oblik jednačine elipse u drugi. Sasvim analogno se izvodi jednačina hiperbole. Zato se izvođenje jednačine hiperbole može postaviti kao problemska situacija koju, poznavajući postupak izvođenja jednačine elipse, učenici mogu i znaju samostalno riješiti. Prilikom izvođenja jednačine parabole koordinatni sistem postaviti tako da se tjeme (vrh) parabole podudara sa ishodištem, osa parabole sa apscisnom osom, žiža parabole leži na pozitivnom dijelu apscisne ose a vrh parabole polovi udaljenost od žarišta do direktrise parabole. Zatim koristiti definiciju parabole i formulu za udaljenost između dvije tačke u ravni te iz dobivene jednakosti izvesti jednačinu parabole. Heurističkim razgovorom doći do zaključka u kakvom međusobnom položaju mogu biti krive drugog reda i prava, od čega to zavisi, a zatim izvesti obrazac za određivanje njihovog međusobnog položaja. Određivanje ugla između krivih drugog reda svesti na određivanje ugla koji grade tangente postavljene na date krive u tački presjeka. Zadatke rješavati postupno u nekoliko koraka.	
B.III.4. Računa s vektorima algebarski i grafički primjenjujući osobine vektora i operacija s vektorima. * **	• Ispituje, opisuje i koristi elemente vektora. • Računa s vektorima (sabira, oduzima i množi skalarom) i prikazuje ih u ravni i u koordinatnom sistemu. • Određuje intenzitet vektora, projekciju vektora. • Računa skalarni proizvod vektora i primjenjuje ga za uslov okomitosti vektora. • Računa i geometrijski interpretira vektorski i mješoviti proizvod vektora. • Razlikuje skalarni i vektorski proizvod vektora. • Primjenjuje svojstva vektora u problemskim zadacima. • Rastavlja vektore koristeći se linearnom kombinacijom vektora. • Primjenjuje skalarni, vektorski i mješoviti proizvod vektora.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1.
Ključni sadržaji	
• Vektori u ravni • Osnovne operacije s vektorima. • Vektorski prostor. • Linearna kombinacija vektora. Linearna zavisnost i nezavisnost vektora. • Baza vektorskog prostora. • Razlaganje vektora na komponente. • Koordinate vektora u odnosu na neku bazu vektorskog prostora. • Projekcija vektora na pravu, ravan i koordinatnu osu. • Pravougli koordinatni sistem u prostoru i koordinatni vektori. • Skalarni proizvod dva vektora. • Vektorski proizvod dva vektora. • Mješoviti proizvod vektora.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Uvesti vektore kroz slikovito prikazivanje operacija sa vektorima. Ukazati na razliku između slobodnog i vezanog vektora. Osobine vektora vježbati kroz njihovu primjenu u zadacima različitih nivoa složenosti. Fokus treba biti na razvoju prostornog zora. Koristiti skalarni proizvod pri određivanju ugla između dvije prave, tj. dva vektora, dužine vektora, itd. Pomoću pažljivo odabranih zadataka učenici usvajaju i razumiju činjenicu da intenzitet vektorskog proizvoda predstavlja površinu paralelograma konstruisanog nad tim vektorima dok je mješoviti proizvod tri nekomplanarna vektora po apsolutnoj vrijednosti skalar jednak zapremini paralelopipeda	

čije su ivice dati vektori. Skalarni, vektorski i mješoviti proizvod primjenjivati u rješavanju problema iz svakodnevnog života u kojima se ispituju npr. površina i zapremina, koje se smatraju važnim geometrijskim pojmovima. * Navedeni ishod, indikatori i ključni sadržaj se ne odnosi na Filološku gimnaziju. ** Navedeni ishod, indikatori i ključni sadržaj se ne odnosi na Gimnaziju informacionih tehnologija.	
B.III.5. Primjenjuje trigonometrijske funkcije, jednačine i nejednačine. *	• Kombiniuje efikasne metode i tehnike rješavanja trigonometrijskih jednačina. • Kombiniuje efikasne metode i tehnike rješavanja trigonometrijskih nejednačina. • Primjenjuje trigonometrijske funkcije pri rješavanju problemskih zadataka različitih konteksta. **
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.2.2.
Ključni sadržaji	
• Osnovne trigonometrijske jednačine $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$. • Jednačine oblika $\sin(ax+b)=m$, $\cos(ax+b)=m$, $\operatorname{tg}(ax+b)=m$, $\operatorname{ctg}(ax+b)=m$. • Jednačine oblika $\sin(ax+b)=\sin(mx+n)$, $\cos(ax+b)=\cos(mx+n)$, $\operatorname{tg}(ax+b)=\operatorname{tg}(mx+n)$, $\operatorname{ctg}(ax+b)=\operatorname{ctg}(mx+n)$. • Jednačine koje se mogu svesti na oblik $f(x) \cdot g(x)=0$. • Jednačine koje su kvadratne po $\sin x$ i $\cos x$. • Trigonometrijske nejednačine. • Trig. nejednačine oblika $a \cdot \sin(bx+c)+d>0$, $a \cdot \cos(bx+c)+d<0$, $a \cdot \operatorname{tg}(bx+c)+d>0$, $a \cdot \operatorname{ctg}(bx+c)+d<0$. • Primjena trigonometrijskih funkcija **	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Rješavanje trigonometrijskih jednačina i nejednačina treba da predstavlja ponavljanje i sistematizaciju svih do tada usvojenih trigonometrijskih sadržaja. Trigonometrijskim jednačinama posvetiti punu pažnju. Ako učenici dobro usvoje metode rješavanja trigonometrijskih jednačina lakše će rješavati trigonometrijske nejednačine. Prilikom rješavanja jednačina i nejednačina koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim programima i alatima. Primijeniti trigonometrijske funkcije za modeliranje problemskih situacija različitih konteksta. * Navedeni ishod, indikatori i ključni sadržaj se ne odnosi na Filološku gimnaziju. ** Navedeni indikatori i ključni sadržaj se ne odnosi na Gimnaziju informacionih tehnologija.	

Oblast: C/ Geometrija i mjerenja	
Ishod učenja	Razrada ishoda
C.III.1. Računa zapreminu i površinu geometrijskih tijela. *	• Skicira i ispituje rogljasta i obla tijela. • Kombinuje svojstva uspravnih i kosih geometrijskih tijela i ravanskih figura za rješavanje problemskih zadataka o površini i zapremini. • Iz datih podataka računa površinu i zapreminu tijela, visine tijela, površine i visine bočnih strana, dijagonalnih presjeka i sl. • Primjenjuje trigonometrijske omjere, sinusnu i kosinusnu teorem u stereometriji. ** • Određuje površine i zapremine u situacijama iz realnog života. ** • Formuliše i rješava problemske situacije povezane sa izračunavanjem zapremine standardnih i nestandardnih figura. **
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.2
Ključni sadržaji	
• Diedar, rogalj i poliedar. • Pravilni poliedri, Platonova tijela (tetraedar, heksaedar, oktaedar, dodekaedar, ikosaedar). • Odnos strana diedra i triedra. • Prizma, piramida i njihovi ravni presjeci. • Površina i zapremina poliedra. • Zapremina prizme, piramide i zarubljene piramide. • Obrtna rotaciona tijela. • Valjak (cilindar). Kupa (stožac). Lopta (kugla). • Ravni presjeci obrtnih tijela. • Površina i zapremina uspravnog valjka, uspravne kupe i uspravne zarubljene kupe. • Površina i zapremina lopte i njenih dijelova.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Sistematizirati dosadašnja znanja iz planimetrije te zajedno sa učenicima izvesti zaključke o analognim vezama koje vrijede u stereometriji. Obogatiti znanja učenika navodeći ih da uočavaju srodne, analogne objekte, otkrivaju analogna svojstva i provode analogne postupke. Crteže ne opterećivati nepotrebnim detaljima. Ukoliko je potrebno dijelove neke figure crtati uvećano uz korištenje istih oznaka. Nastanak krnjih tijela i dijelova lopte demonstrirati video prezentacijom. Sistematizaciju gradiva pratiti odgovarajućim slikama, po mogućnosti uz korištenje mapa uma, kvizovima za ponavljanje, igrama asocijacije i sl. * Navedeni ishod, indikatori i ključni sadržaj se ne odnosi na Filološku gimnaziju. ** Navedeni indikatori se ne odnosi na Gimnaziju informacionih tehnologija.	
C.III.2. Računa površine geometrijskih figura u ravni.	• Računa površinu trougla, pravougaonika, paralelograma, trapeza, četverougla sa normalnim dijagonalama koristeći trigonometrijske identitete i formule. • Računa površinu kruga i njegovih dijelova koristeći trigonometrijske formule. • Formuliše i rješava problemske situacije povezane sa izračunavanjem površine standardnih i nestandardnih figura u ravni. * ** • Kombinuje svojstva figura u ravni za rješavanje problemskih zadataka. * **
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.2

Ključni sadržaji
• Mjerenje površina (aksiomatsko zasnovanje mjerenja). • Površine trougla, paralelograma, trapeza, četverougla s normalnim (okomitim) dijagonalama. Heronov obrazac. • Površina mnogougla (poligona). • Površina kruga i njegovih dijelova.
Preporuke za ostvarenje ishoda
Rješavati različite tipove zadataka te uz sistematičan pristup uvesti učenike u rješavanje složenih tekstualnih zadataka i problemskih situacija primjerenih njihovom uzrastu. Sistematizaciju gradiva pratiti odgovarajućim slikama, po mogućnosti uz korištenje mapa uma, kvizovima za ponavljanje znanja, igrom asocijacije i slično. Ovu oblast povezati sa sadržajima iz STEM grupe nastavnih predmeta Biologija, Fizika, Hemija, Geografija kao i sa obrazovnim područjima: jezik i komunikacija, priroda i geografija, sport i zdravlje i sl. pomoću projektnog ili problemskog zadatka. * Navedeni indikatori se ne odnosi na Filološku gimnaziju. ** Navedeni indikatori se ne odnosi na Gimnaziju informacionih tehnologija.

IV razred

**Matematičko informatička gimnazija, Gimnazija informacionih tehnologija - /4
časa sedmično - 120 časova godišnje/**

Opća gimnazija - /3 časa sedmično - 90 časova godišnje/

Filološka gimnazija - /2 časa sedmično - 60 časova godišnje/

Obavezno izborno područje - /2 časa sedmično - 60 časova godišnje/

Oblast: A/ Skupovi, brojevi i operacije	
Ishod učenja	Razrada ishoda
A.IV.1. Analizira svojstva i odnose u skupu kompleksnih brojeva i koristi različite prikaze.	• Pretvara kompleksan broj iz algebarskog u trigonometrijski oblik i obrnuto. • Sabira, oduzima, množi, stepenuje i korjenjuje kompleksne brojeve u trigonometrijskom obliku, po potrebi koristeći se De Moivreovom formulom. • Rješenja jednačine npr. $z^5 = 2$ prikazuje u Gaussovoj ravni.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.2. MTP-1.2.1.
Ključni sadržaji	
• Trigonometrijski oblik kompleksnoga broja. De Moivreova formula. • Računske operacije sa kompleksnim brojevima u trigonometrijskom obliku (množenje, dijeljenje, stepenovanje i korjenovanje). • Eulerov oblik kompleksnog broja.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Učenicima je od ranije poznat algebarski oblik kompleksnog broja. Odgovarajućim primjerima ukazati na vezu između algebarskog i trigonometrijskog prikaza kompleksnog broja. Postupke prevođenja kompleksnih brojeva iz jednog oblika u drugi i računske operacije sa njima pratiti odgovarajućim crtežima u Gaussovoj ravni.	

Oblast: B/ Algebra	
Ishod učenja	Razrada ishoda
B.IV.1. Logički zaključuje i dokazuje tvrdnje matematičkom indukcijom. *	• Razlikuje induktivni i deduktivni način zaključivanja. • Dokazuje matematičkom indukcijom matematičke tvrdnje. • Primjenjuje svojstva binomnih koeficijenata i binomnu formulu.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.3.2
Ključni sadržaji	
• Pojam indukcije. • Princip potpune matematičke indukcije. • Primjena matematičke indukcije. • Svojstva binomnih koeficijenata. • Binomna formula.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Metodu matematičke indukcije usvojiti na jednostavnijim primjerima, kako bi učenici prepoznali zadatke u kojima se ova metoda može uspješno primjenjivati. Postepeno usložnjavati zadatke dokazujući identitete, nejednakosti, djeljivost brojeva u skupu N. Posebnu pažnju posvetiti oznaci za sumu koja se prvi put uvodi kod binomnog obrasca, kako bi se u potpunosti razumio kratki zapis formule. Pokazati primjenu binomnog obrasca	

na što jednostavnijem primjeru, kako bi se učenici fokusirali na samu formulu, a ne na račun. Dovedi u vezu binomne koeficijente sa Paskalovim trouglom.	
* Navedeni ishod, indikator, ključni sadržaji se ne odnosi na Filološku gimnaziju.	
B.IV.2. Primjenjuje aritmetički niz i geometrijski niz i red.	• Opisuje aritmetički i geometrijski niz i geometrijski red. • Zapisuje opšti član niza, povezuje sa aritmetičkom i geometrijskom sredinom. • Računa zbir prvih n članova niza. • Tumači odnose između članova aritmetičkog i geometrijskog niza. • Računa zbir geometrijskog reda. * • Primjenjuje znanja o geometrijskom redu u rješavanju problemskih zadataka. *
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1
Ključni sadržaji	
• Brojni nizovi. • Aritmetički niz (progresija). • Geometrijski niz (progresija). • Interpolacija članova aritmetičkog i geometrijskog niza. • Granična vrijednost niza. • Računanje s graničnim vrijednostima. • Monotoni nizovi. Broj e. • Pojam reda. Geometrijski red. * • Beskonačni decimalni razlomci kao konvergentni redovi. * • Neprebrojivost skupa $\mathbb{R}$ ***	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Pojam aritmetičkog i geometrijskog niza uvesti postepeno preko primjera nizova iz svakodnevnog života. Učenike navesti da sami zaključie način određivanja članova niza i sume niza. Objasniti pojam konvergentnog i divergentnog niza kroz različite primjere. Geometrijski pokazati teoremu o monotonim i ograničenim nizovima te kroz praktične primjere ukazati na razlike između tačke gomilanja niza i granične vrijednosti niza. Ispisivanjem članova niza na brojevnoj osi uočavati postojanje granične vrijednosti niza te ukazati na činjenicu da je beskonačan broj članova tog niza unutar nekog intervala, a konačan broj njih izvan njega (npr. ispisivanjem niza sa općim članom $a_n = \frac{1}{n}$). Razlike između pojmova niza i reda objasniti koristeći se definicijama i pomoću primjera. Formulu za sumu beskonačnog reda izvesti primjenjujući limes niza. Zbir beskonačnog geometrijskog reda treba predstaviti u problemima određivanja zapisa beskonačnog periodičnog decimalnog broja u obliku razlomka i Zenonovim paradoksom o Ahileju i kornjači, a kasnije primijeniti na geometrijske zadatke. * Navedeni indikator i ključni sadržaji, kao i dio preporuke koji se odnosi na taj sadržaj, se ne odnosi na Filološku gimnaziju. *** Navedeni ključni sadržaj se odnosi na Matematičko - informatičku gimnaziju i Gimnaziju informacionih tehnologija.	
B.IV.3. Rješava jednačine i nejednačine, diskutuje o rješenjima u kontekstu problema i grafički ih predstavlja. (OIP)	• Primjenjuje Vieteove formule i diskriminantu u složenijim zadacima određivanja koeficijenata. • Rješava sisteme linearnih jednačina i kvadratne i linearne jednačine. • Kombiniuje metode i tehnike rješavanja jednačina, nejednačina i sistema. • Modelira problemsku situaciju koristeći se jednačinama i nejednačinama. • Diskutuje rješenja jednačina, nejednačina i sistema u kontekstu problema uz grafički prikaz rješenja kada je to moguće.

Poveznice sa ZJNPP	Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.2.1
Ključni sadržaji		
• Linearne jednačine i nejednačine. • Kvadratne jednačine oblika $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$ i nejednačine oblika $ax^2 + bx + c < 0, a \neq 0$. • Vieteove formule. Rastavljanje kvadratnog trinoma na linearne faktore. • Bikvadratne jednačine oblika $ax^4 + bx^2 + c = 0, a \neq 0$. • Jednačine višeg reda (trećeg i četvrtog stepena) sa simetričnim koeficijentima. • Iracionalne jednačine i nejednačine. • Eksponencijalne jednačine i nejednačine. • Logaritamske jednačine i nejednačine. • Trigonometrijske jednačine i nejednačine. • Sistemi linearnih jednačina sa dvije nepoznate. • Sistemi kvadratnih jednačina sa dvije nepoznate.		
Preporuke za ostvarenje ishoda		
U početnim časovima fokusirati se na ponavljanje osnovnih metoda rješavanja kvadratnih jednačina i nejednačina – počevši od nepotpunih do potpunih – uz izvođenje formule i analizu rješenja pomoću diskriminante. Kroz sistematske zadatke uvježbati prepoznavanje kvadratnih oblika i njihovu povezanost s kvadratnim funkcijama. Učenike podsjetiti na primjenu Vieteovih formula ne samo za provjeru rješenja, već i za konstruisanje jednačina kada su poznata rješenja. Sistematski uvoditi različite metode rješavanja kvadratnih nejednačina – grafički i analitički – i ista rješenja upoređivati kroz više pristupa. Posebno pažnju posvetiti zadacima u kojima se pojavljuju bikvadratne i reducibilne jednačine, kao i sistemi jednačina koji sadrže kvadratne i linearne članove, uz upotrebu grafičkog prikaza kada je prikladno. Ponavljanje treba da služi kao osnova za proširivanje znanja kroz modelovanje problemskih situacija, analizu definicionih područja (posebno kod logaritamskih i iracionalnih izraza), te diskusiju o smislenosti i realnosti dobijenih rješenja. Uputiti učenike i na primjenu digitalnih alata (GeoGebra, Photomath, Desmos) kao podršku vizualizaciji i provjeri rješenja. Poseban naglasak staviti na razvijanje vještina povezivanja algebarskih postupaka s grafičkom interpretacijom i verbalnim objašnjenjem procesa rješavanja. Skraćenica (OIP) se odnosi na obavezno izorno područje tj. na razrade ishoda učenja (indikatore) i ključne sadržaje koji se detaljnije izučavaju, ukoliko se ovaj nastavni predmet izučava u okviru obaveznog izbornog područja u IV razredu Opće gimnazije.		
B.IV.4. Prikazuje matematičke strukture upotrebom različitih zapisa. (OIP)		• Povezuje koeficijente sistema linearnih jednačina sa više nepoznatih u novi model – matrice. • Primjenjuje računske operacije sa matricama. • Određuje vrijednost inverzne matrice koristeći se različitim metodama. • Razlikuje matrice i determinante. • Kombinuje tehnike rada sa matricama i determinantama. • Rješava matrične jednačine. • Opisuje matricu te navodi primjere matrica. • Rješava sisteme jednačina primjenom Cramerovog pravila.
Poveznice sa ZJNPP		MTP-2.1.2
Ključni sadržaji		
• Pojam matrice kao sheme. • Jednakost dvije matrice, sabiranje, oduzimanje, množenje dvije matrice. • Množenje matrice skalarom. • Pojam nula-matrice i jedinične matrice. • Pojam determinante n-tog reda i njene osobine. • Izračunavanje vrijednosti determinanti (Laplasov razvoj). • Primjena determinanti na rješavanje kvadratnog sistema od n jednačina (Cramerovo pravilo). • Pojmovi adjungovane i inverzne matrice. • Razne metode izračunavanja (određivanja) inverzne matrice. • Rješavanje matričnih jednačina.		

Preporuke za ostvarenje ishoda	
Matrica je učenicima nov pojam koji je potrebno uvesti uz odgovarajuće primjere. Objasniti pojmove nula-matrice, jedinične, adjungovane, inverzne matrice, gornja i donja trougaona matrica. Objasniti razliku između matrica i determinanti. Učenicima demonstrirati primjenu matrica i determinanti na rješavanje sistema linearnih jednačina i to do trećeg stepena. Značaj matrice u savremenim naukama, naročito u izučavanju važnih društvenih i tehničkih problema ne zahtijeva posebnu argumentaciju. Objasniti osobine determinante kroz primjere. Determinantu matrice staviti u funkciju izračunavanja inverzne matrice (za regularnu matricu). Bitno je da svaki učenik zna riješiti sistem od dvije linearne jednačine s dvije nepoznate Kramerovim pravilima i matričnim jednačinama. Skraćenica (OIP) se odnosi na obavezno izorno područje tj. na razrade ishoda učenja (indikatore) i ključne sadržaje koji se detaljnije izučavaju, ukoliko se ovaj nastavni predmet izučava u okviru obaveznog izbornog područja u IV razredu Opće gimnazije.	
B.IV.5. Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti i veze realnih funkcija.	• Definiše i na osnovu grafika prepoznaje ograničene odozgo (odozdo), parne, neparne, periodične i monotone funkcije. • Određuje definiciono područje racionalne funkcije i algebarskih razlomaka. (OIP) • Određuje i analizira osobine funkcije zadane različitim zapisima. • Na osnovu ispitanih osobina crta grafik funkcije. • Datu složenu funkciju prikazuje kao kompoziciju dviju funkcija, te određuje inverznu funkciju. * • Objašnjava pojam limesa funkcije. * • Geometrijski (na grafiku) interpretira graničnu vrijednost (običnu, lijevu, desnu,...) i dovodi je u vezu sa asimptotama funkcije. * • Računa granične vrijednosti koristeći njihove osobine i osnovne granične vrijednosti.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1
Ključni sadržaji	
• Pojam realne funkcije jedne realne promjenljive. • Načini zadavanja funkcije. • Područje definisanosti i područje vrijednosti funkcije. • Područje definisanosti algebarskih razlomaka. (OIP) • Grafik funkcije. • Kompozicija funkcija, bijektivna i inverzna funkcija. * • Opće osobine funkcije: ograničenost, parnost, monotonost, periodičnost. • Stepene funkcija, polinom i racionalna funkcija, eksponencijalna, logaritamska, trigonometrijske funkcije, arkus funkcije, pojam elementarne funkcije. • Granična vrijednost funkcije. • Računanje s graničnim vrijednostima funkcija. • Neprekidnost funkcije. Osobine neprekidnih funkcija. • Asimptote krivih. *	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Osobine i grafike svih elementarnih funkcija detaljnije predstaviti kako bi se sistematizovali sadržaji vezani za ovu temu. Graničnu vrijednost (limes) funkcije i neprekidnost treba demonstrirati grafički, uz što više odgovarajućih primjera. Demonstrirati računanje granične vrijednosti funkcije na osnovu definicije kao i ispitivanje neprekidnosti funkcije. Navesti činjenicu da je svaka elementarna funkcija neprekidna na svom domenu. Navesti primjer funkcije $f(x) = \frac{1}{x}$ i njenu domenu. Uočiti vezu između graničnih vrijednosti funkcije i njenih asimptota. Povezivati grafik funkcije i njene osobine, te tumačiti značenja tih osobina.	

* Navedeni indikator, kao i dio preporuke koji se odnosi na taj indikator, se ne odnosi na Filološku gimnaziju.

Skraćenica (OIP) se odnosi na obavezno izorno područje tj. na razrade ishoda učenja (indikatore) i ključne sadržaje koji se detaljnije izučavaju, ukoliko se ovaj nastavni predmet izučava u okviru obaveznog izbornog područja u IV razredu Opće gimnazije.

B.IV.6. Primjenjuje pojam derivacije i operaciju deriviranja.	• Definiše izvod (derivaciju) funkcije u tački te povezuje geometrijsko i kinematičko značenje izvoda. • Izvodi derivaciju po definiciji. * • Navodi osnovne (tablične) izvode. • Računa derivacije koristeći se pravilima deriviranja zbira, proizvoda i količnika. • Određuje derivaciju složene funkcije. • Određuje tangentu i normalu na grafik funkcije. * • Određuje derivaciju implicitno zadane funkcije. * • Navodi vezu između monotonosti i znaka prvog izvoda, te objašnjava pojam lokalnog ekstrema. * • Koristi L'Hôpitalovo pravilo pri računanju granične vrijednosti funkcije. * • Definiše konveksnu i konkavnu funkciju, te ih prepoznaje na osnovu grafika. * • Navodi vezu između konveksnosti i drugog izvoda. * • Primjenjuje diferencijalni račun na ispitivanje znaka, toka i konveksnosti funkcije, određuje lokalne ekstreme, asimptote i crta grafik funkcije. * • Rješava problemske zadatke koristeći se derivacijom. *** (OIP)
---	--

Poveznice sa ZJNPP

MTP-2.1.3.

Ključni sadržaji

- Pojam izvoda (derivacije), geometrijsko i kinematičko značenje izvoda.
- Problem tangente i brzine. *
- Pravila diferenciranja. Izvod osnovnih elementarnih funkcija.
- Izvod složene funkcije. *
- Izvod inverzne funkcije. *
- Izvod implicitne funkcije. *
- Pojam diferencijala.
- Izvodi i diferencijali višeg reda.
- Primjena izvoda na zadatke o monotonosti i ekstremima funkcija. *** (OIP)
- Ispitivanje i crtanje grafika funkcije.*

Preporuke za ostvarenje ishoda

Diferencijalni račun ima značajnu ulogu u matematici i drugim prirodnim, društvenim i tehničkim naučnim disciplinama. Izračunavanje vrijednosti izvoda funkcije su pravi test za učenika iz njegovih znanja o funkcijama i njihovim graničnim vrijednostima. Pojam izvoda interpretirati geometrijski i kinematički. Računati izvode koristeći se definicijom i tabličnim izvodima, zatim računati složene izvode te demonstrirati i objasniti primjenu derivacija kod ispitivanja funkcija. Neće biti suvišno da se rješenja pojedinih praktičnih zadataka vezanih za probleme maksimuma odnosno minimuma eksperimentalno potvrde jer tako damo snažan podsticaj učenicima za ovladavanje matematičkim pojmovima i postupcima i sticanju potrebnih vještina. Funkciju ispitati tako što će se odrediti njena domena, kodomena, nule funkcije, presjeci sa x i y osom (po potrebi), periodičnost (po potrebi), asimptote, parnost, stacionarne tačke, intervali rasta i pada funkcije, ekstremne vrijednosti, konkavnost/konveksnost, prevojne tačke te na osnovu dobivenih podataka crtati grafik funkcije. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računarskim programima i alatima.

* Navedeni indikator, ključni sadržaj, kao i dio preporuke koji se odnosi na taj indikator, se ne odnosi na Filološku gimnaziju. *** Navedeni indikator, kao i dio preporuke koji se odnosi na taj indikator se odnosi na Matematičko - informatičku gimnaziju i Gimnaziju informacionih tehnologija. Skraćenica (OIP) se odnosi na obavezno izborno područje tj. na razrade ishoda učenja (indikatore) i ključne sadržaje koji se detaljnije izučavaju, ukoliko se ovaj nastavni predmet izučava u okviru obaveznog izbornog područja u IV razredu Opće gimnazije.	
B.IV.7. Primjenjuje pojam integrala i operaciju integriranja.	• Tumači povezanost primitivne funkcije i operacije integriranja. • Računa neodređeni integral koristeći osnovna pravila i tablicu neodređenih integrala. • Primjenjuje metodu supstitucije u računanju integrala. * • Primjenjuje Newton-Leibnizovu formulu i računa određeni integral. * • Kombinuje diferencijalni i integralni račun u rješavanju problema. * • Primjenjuje određeni integral u izračunavanju dužine, površine i zapremine. *** (OIP)
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.3.
Ključni sadržaji	
• Primitivna funkcija i neodređeni integral. • Tablica osnovnih neodređenih integrala. • Osnovna pravila integracije. • Metoda zamjene. * • Integracija racionalnih funkcija. Razlaganje racionalnih funkcija na parcijalne razlomke-metoda neodređenih koeficijenata. *** (OIP) • Metoda parcijalne integracije. * • Određeni integral (u Riemannovom smislu). * • Osobine određenog integrala. * • Newton-Leibnizova formula. * • Primjena određenog integrala na izračunavanje površine ravnih figura i dužine luka krivih (dati obrazac bez izvođenja).*** (OIP) • Površina obrtnih površi i zapremina obrtnih (rotacionih) tijela. *** (OIP)	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Uvesti neodređen integral kao pojam koji je inverzan pojmu derivacije funkcije, tj. da je neodređeni integral neke funkcije skup svih antiderivacija te funkcije. Naziv mu dolazi od toga što neodređeni integral funkcije nije jedna funkcija, nije jednoznačno određen, nego je skup funkcija koje su međusobno povezane. Navesti tablicu integrala nekih važnih elementarnih funkcija i objasniti osnovne metode određivanja integrala pomoću adekvatno odabranih zadataka. Pod pojmom integral podrazumijevaju se dva pojma određeni i neodređeni integral. U nastavi ćemo prvo proučavati neodređene a zatim određene integrale primjenjujući metode aktivne nastave. Prije obrade određenog integrala i Njutn-Lajbnicove formule korisno je kroz primjere iz metrike površina, fizike, ukazati na smisao izračunavanja veličine „putem sabiranja njenih djelića“. Tako će učenici doživjeti ono što je doživio i Njutn prilikom „otkrivanja“ veze određenog i neodređenog integrala. Računati integrale primjenjujući pravila, tablične integrale i metodu supstitucije, te parcijalne integracije. * Navedeni indikator, ključni sadržaj, kao i dio preporuke koji se odnosi na taj indikator, se ne odnosi na Filološku gimnaziju. *** Navedeni indikator, ključni sadržaj, kao i dio preporuke koji se odnosi na taj indikator se odnosi na Matematičko - informatičku gimnaziju i Gimnaziju informacionih tehnologija i Obavezni izbor učenika. Skraćenica (OIP) se odnosi na obavezno izborno područje tj. na razrade ishoda učenja (indikatore) i ključne sadržaje koji se detaljnije izučavaju, ukoliko se ovaj nastavni predmet izučava u okviru obaveznog izbornog područja u IV razredu Opće gimnazije.	

Oblast: D/ Podaci i vjerovatnoća	
Ishod učenja	Razrada ishoda
D.IV.1. Argumentovano računa vjerovatnoću događaja i interpretira formulu totalne vjerovatnoće i Bayesovu formulu. ***	• Identifikuje različite međusobno isključive izbore i zaključuje da je suma njihovih vjerovatnoća jednaka 1. • Procjenjuje zavisne i nezavisne događaje i primjenjuje rječnik vjerovatnoće prema kontekstu problema. • Koristi vjerojatnosno stablo za računanje vjerovatnoće događaja. • Povezuje eksperimentalne podatke i teorijske vjerovatnoće. • Procjenjuje da ponavljanjem eksperimenta ne mora dobiti isti ishod. • Prosuđuje da povećanje broja ponavljanja eksperimenta općenito vodi ka boljoj procjeni vjerovatnoće.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-4.1.2 MTP-4.2.1.
Ključni sadržaji	
• Vrste događaja. Pojam definicije vjerovatnoće. • Operacije s događajima i pripadnim vjerovatnoćama. • Uslovna vjerovatnoća. Totalna vjerovatnoća. Složena vjerovatnoća. • Bayesova formula. • Slučajne promjenljive. • Zakon raspodjele; binomna raspodjela vjerovatnoće. • Matematičko očekivanje. • Disperzija. Standardna devijacija. • Zakon velikih brojeva. ***Navedeni ishod, indikatori, ključni sadržaji se odnose na Matematičko - informatičku gimnaziju i Gimnaziju informacionih tehnologija.	
D.IV.2. Primjenjuje osnovne elemente kombinatorike. *	• Ispituje i opisuje osnovne principe prebrojavanja. • Objašnjava i računa permutacije, varijacije i kombinacije.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-4.2.2
Ključni sadržaji	
• Princip uzastopnog prebrojavanja (Dekartov proizvod skupova). • Permutacije bez ponavljanja i s ponavljanjem. • Varijacije bez ponavljanja i s ponavljanjem. • Kombinacije sa i bez ponavljanja.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Učenike upoznati s primjerima rješavanja kombinatornih problema gdje se primjenjuju osnovni postupci prebrojavanja (princip zbira i princip proizvoda), varijacije, permutacije i kombinacije. Za potrebe rješavanja zadataka iz kombinatorike potrebno je definisati binomni koeficijent i faktorijele (sadržaji 4.razreda). Povezivati značenje broja varijacija, permutacija i kombinacija sa ili bez ponavljanja sa problemskim situacijama različitog konteksta (lutrija, karte, raspored sjedenja, itd.). Pri odabiru odgovarajućeg principa voditi računa je li bitan poredak elemenata i jesu li izabrani svi elementi početnog skupa. Koristiti ilustracije (gdje je to izvedivo) i programe dinamičke geometrije kako bi se lakše došlo do rješenja nekog kombinatornog problema. Sadržaje ove tematske cjeline moguće je korelirati sa sadržajima nastavnih predmeta: Hemija, Biologija i Psihologija (analiza podataka u psihologiji).	

* Navedeni ishod, indikatori, ključni sadržaji i preporuka se ne odnose na Filološku gimnaziju.	
D.IV.3. Formuliše problem te prikuplja, obrađuje, predstavlja i diskutuje dobivene podatke i rezultate istraživanja. ***	• Identifikuje podatke koji se mogu obraditi statističkim metodama. • Klasifikuje podatke. • Predstavlja podatke u odgovarajućim formama prema tipu i sadržaju problema. • Upoređuje podatke prikazane na različite načine. • Analizira rezultate istraživanja.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-4.1.1
Ključni sadržaji	
• Primjena statističkih metoda u problemskim situacijama.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Poželjno je u uvodnim zadacima vršiti prikupljanje i razvrstavanje podataka (npr. evidentirati visinu svih učenika u odjeljenju), a zatim njihovu analizu, obradu, te prikaz u pogodnom obliku. Posebnu pažnju obratiti na pravilno očitavanje podataka datih u nekom obliku, te na njihovo pravilno tumačenje i upotrebu. Koristiti odgovarajuće statističke termine. Upoređivati i procjenjivati povoljne i moguće ishode, sigurne i nemoguće događaje, te predviđati vjerovatnoće nekih događaja. Uočavati mogućnosti primjene ove tematske cjeline u svakodnevnom životu. U jednostavnijim slučajevima izračunavati vjerovatnoću nekog događaja pomoću kombinatornih principa i osobina vjerovatnoće. Po mogućnosti izračunati vjerovatnoću događaja da učesnik u nekoj od igara na sreću ostvari siguran dobitak. ***Navedeni ishod, indikatori, ključni sadržaji, preporuka se odnose na Matematičko - informatičku gimnaziju i Gimnaziju informacionih tehnologija.	

E/UČENJE I PODUČAVANJE

Razvijanje konceptualnog znanja kao osnove za matematičko rasuđivanje

Učenje treba da bude osmišljeno tako da učenici uče matematiku sa razumijevanjem, aktivno gradeći nova znanja na osnovu iskustva i predznanja. Pri tome ih treba na izazovan način motivirati da samostalno istražuju i uče. Učenicima nije dovoljno pamtili matematičke postupke i pojmove izolovano jedne od drugih. Naime, malo je vjerovatno da će ih učenici moći funkcionalno primijeniti ako ne razumiju širu sliku zašto nešto rade i kako su sadržaji povezani. Cilj bi trebao biti pomoći učenicima da izgrade bogate, međusobno povezane mreže znanja. Učenici bi trebali uočavati povezanost matematičkih ideja, umjesto da na njih gledaju kao zasebne i isključne ideje. Na primjer, nastavnici bi trebali postavljati pitanja i iznositi probleme koji pomažu učenicima da vide kako su razlomci, decimalni brojevi i procenti povezani jedni s drugima. Suprotno tome bi bilo bavljenje razlomcima, decimalnim brojevima i procentima u odvojenim poglavljima i učenicima ne bi bila skrenuta pažnja na činjenicu da se oni često koriste kao različiti prikazi istih veličina. Radi ostvarivanja ovog cilja nužno je u nastavi dosljedno primjenjivati princip sistematičnosti i postupnosti (npr. od poznatog ka nepoznatom, od lakšeg ka težem, od jednostavnog ka složenom) te se pridržavati i drugih principa nastave matematike. Dublje razumijevanje se može podsticati i kroz iskustveno učenje, korištenje efektivnih vizualizacija i projekte smještene u autentične kontekste. Konačan rezultat kod učenika treba da bude takav da matematiku doživljavaju kao koherentno znanje, sastavljeno od međusobno povezanih pravila, postupaka i zakonitosti, primjenljivo u stvarnom životu.

Povezivanje znanja iz matematike i drugih obrazovnih područja

Učenici najbolje uče i bolje razumiju ono o čemu uče kada gradivo mogu povezati s prethodnim učenjem i/ili s različitim područjima učenja. Matematičku pismenost razvijamo upotrebom primjerenog izbora zadataka kroz povezivanje oblasti matematike sa sljedećim obrazovnim područjima:

Jezik i komunikacija

Matematika je razrađena mreža pojmova, tvrdnji i postupaka. Ona je i stalni napor da se postigne tačan iskaz u kojem se razvija sposobnost argumentovanja, raspravljanja, kritiziranja, prosuđivanja kao i unapređivanja jezičkog izražavanja. Učenici obrazlažu i dokazuju tvrdnje, narativno objašnjavaju rješenja problema, kreiraju matematičke časopise, itd.

Priroda i geografija

Matematička znanja su često preduvjet za proučavanje pojava i zakonitosti kako u prirodi tako i u raznim nastavnim predmetima kao što je npr. STEM grupa predmeta (fizika, hemija, biologija, geografija, osnovi tehnike, tehnička kultura, informatika, matematika). Kako bi planirali i organizovali putovanja učenici će saznati na koji način su povezani razmjera na karti i stvarna udaljenost između tačaka, čitati koordinate mreže i pronalaziti mjesta na karti pomoću geografske širine i dužine i sl. Istražiti vrijeme trajanja raspada određenih radioaktivnih elemenata, veličinu bakterija i virusa koristeći negativne eksponente, tačku ključanja i smrzavanja tekućina i/ili čvrstih tvari, temperature planeta i udaljenost između njih su samo neki od zadataka u kojima matematika nalazi primjenu u ovom području.

Zdravlje i sport

Neki zdravstveni i sportski fenomeni mogu se opisati koristeći se matematičkim jezikom i tako približiti učenicima. Matematika pomaže razumjeti kako ljudsko tijelo funkcioniše i šta ga održava zdravim kroz mjere u ishrani, proporcije tijela, stope cijepljenja, itd. Može se i stimulisati iznalaženje vlastitih rješenja kroz pitanja npr. kako Pitagorinu teoremu može pomoći u penjanju, koliko ronioncu traje boca sa kiseonikom na dubini od 20 m, itd.

Nove tehnologije i digitalizaciju

Nove tehnologije i digitalni alati omogućavaju novi pristup matematičkim terminima i procesima. Primjena računara može biti korisna u sljedećim situacijama: kada se koriste za računanje, vježbu i praktični rad te provjeru rezultata, kada smanjuju kognitivno „opterećenje“ učenika kako bi se oni mogli posvetiti drugim, višim matematičkim pojmovima i kada se koriste u pedagoške svrhe u kojima trebaju biti važan dio procesa učenja i podučavanja.

Kreativnost i dizajn

Matematika kao stroga deduktivna nauka ima i svoju induktivnu stranu. Eksperimentisanjem sa novim zadacima, iznalaženju mogućih rješenja učenici se osposobljavaju da razmišljaju i djeluju na originalan i kreativan način. Koristeći se modelima raznih geometrijskih oblika učenici mogu praviti replike poznatih svjetskih građevina i/ili sklapati sopstvene.

Ljudi i društvo

Učenici se povezuju sa društvom u kojem žive, zapažaju, analiziraju i stvaraju sopstveno mišljenje. Matematika igra važnu ulogu u mnogim područjima života kao što su finansije, medicina, sociologija i sl.

Integracija matematike u različita područja utiče da učenici razmišljaju o „stvarnom svijetu“ i o tome zašto se stvari događaju, pružajući im praktičan pristup učenju i korištenju matematike čineći je zabavnom i zanimljivom. Time učenici stiču širinu i spoznaju značaj primjene matematike, što im omogućava razvoj novih ideja i vještina, te produbljivanje postojećih.

Nastavne metode koje podstiču motivaciju učenika

Podučavanje matematike treba da podstiče motivaciju učenika za aktivno učestvovanje u procesu učenja. Ukoliko su nastavne metode i zadatke zanimljive, raznovrsne i povezane sa svakodnevnim životom kao i sa iskustvima iz drugih nastavnih predmeta, one će uticati na pozitivne stavove prema matematici. Učenje i podučavanje se moraju odvijati u stimulativnom okruženju, odnosno okruženju u kojem će učenici slobodno iznositi svoje vlastito mišljenje te u kojem će se njihove ideje cijeniti i vrednovati. Učenje i podučavanje treba biti bazirano na problemskom učenju, gdje će se problemi sa kojima se učenici susreću koristiti kao sredstva sticanja traženog znanja odnosno, istraživačkom radu u kojem se problemi vežu za učeničke interese čime će se povećati njihova motivacija, aktivnom učenju koje učenike podstiče na učenje kroz rasprave, projektni rad koristeći se npr. eTwinning platformom, vježbe i druge načine koji im pomažu u promišljanju i objašnjavanju vlastitog procesa učenja matematike. Aktivno učenje i kritičko mišljenje se mogu navesti kao primjeri dobre prakse za razvijanje „komuniciranja u matematici“ kao jedne od predmetno specifičnih kompetencija. Da bi nastava matematike bila djelotvorna i zanimljiva koristiti se kooperativnim ili aktivnim nastavnim metodama npr. KWL tabela, Slagalica, Misli–spari–razmijeni, Mapa uma, Aktiviranje učeničkih iskustava, Poveži s drugim predmetima, Promijeni pristup, INSERT (Interactive Noting System for Effective Reading and Thinking) i dr.

Radi postizanja viših nivoa ishoda iz matematike u gimnazijskom obrazovanju, preporučuje se organizacija vanučioničke (terenske) nastave u svakom razredu gimnazije kroz posjete institucijama poput Prirodno-matematičkog fakulteta i drugih fakulteta na kojim se izučava matematika, Zavoda za statistiku, meteoroloških centara, geodetskih i kartografskih ustanova, banaka, kao i tehnoloških firmi i start-upova gdje se matematičko znanje primjenjuje u realnom kontekstu, čime se učenicima omogućava dublje razumijevanje i povezivanje teorijskih sadržaja sa svakodnevnim i profesionalnim situacijama.

Razlike u osnovnoškolskom i gimnazijskom pristupu nastavi matematike

Induktivni pristup podučavanja matematike dominira u razrednoj nastavi, dok se u predmetnoj nastavi osnovne škole koristi kombinacija induktivnog i deduktivnog pristupa podučavanja. Nasuprot njima u srednjoj školi je zastupljen deduktivni pristup, čime se srednjoškolsko podučavanje nastavnog predmeta „približava“ matematici kao nauci.

Idući od 1. razreda osnovne škole prema 4. razredu srednje škole od učenika se očekuje sve veća samostalnost u radu i ozbiljnost u pristupu matematičkim sadržajima, te sve veća sposobnost logičkog mišljenja i optimalnog rješavanja problema kako školskih, tako i onih iz svakodnevnog života. Treba imati na umu da moderno doba donosi nove izazove, te da su stariji učenici zahtjevniji i žele konkretne i zanimljivije primjere na nastavi.

Pri rješavanju zadataka u nižim razredima učenici u savremenoj nastavi matematike, modeliraju problemske situacije koristeći se konkretnim materijalima, crtežima ili dijagramima dok u višim razredima koriste apstraktne matematičke forme.

Individualizacija i diferencijacija nastavnog procesa

U idealnim uslovima nastavnici dopiru do svih svojih učenika pružajući cijelom odjeljenju odgovarajuće iskustvo. No, realno, svi učenici su različiti i svako uči vlastitim tempom, što zahtijeva prilagodbu nastave, odnosno diferencijaciju i individualizaciju nastavnog procesa. Diferencirani oblik nastave treba koristiti za podučavanja grupe učenika. Pri tome je vrlo važno da su grupe fleksibilne, odnosno da nisu isti učenici u istoj grupi za svaku aktivnost ili zadatak.

Individualizovana nastava usmjerena je na potrebe pojedinog učenika, stoga je ovaj vid podučavanja specifičan. Da bi se nastavni ciljevi i zadaci mogli primijeniti u okviru individualizovane nastave, oni moraju biti jasni i korisni onima koji rade na njihovom postignuću i moraju biti u skladu s jednom od taksonomija. Ovaj vid nastave može se koristiti samostalno ili može biti dio diferencirane nastave.

Individualizovana nastava je korisna kod podučavanja učenika s posebnim potrebama. Pod tim pojmom najčešće podrazumijevamo učenike s teškoćama u razvoju, ali bitno je napomenuti da tu spadaju i nadareni učenici. Pripremanjem programa i materijala, učitelj/nastavnik se rukovodi potrebama učenika i dalje otkriva kome i na koji način prilagoditi nastavni proces. Kod učenika s teškoćama u razvoju bitno je ustanoviti nivo kognitivnih procesa potrebnih za praćenje nastave matematike. Nakon opservacije, a u saradnji sa pedagoško/psihološkom službom pravi se individualizovani obrazovni program prilagođen svakom pojedinom učeniku. Matematika ima širinu koja omogućava da se u okviru svake nastavne jedinice može izdvojiti dio koji učenik može shvatiti i savladati u okviru svojih mogućnosti. Nekim učenicima više odgovara rad koji uključuje geometrijske oblike i pravila, dok se drugi bolje snalaze sa brojevima. Matematika omogućava korespondenciju između takvih, naoko različitih formi, te omogućava učeniku da pojmi i poveže stvari za koje nije mislio da je moguće. Također je važna i vizuelizacija i slikovni prikaz, kako problema koji rješavamo, tako i dijelova novog gradiva.

F/VREDNOVANJE U PREDMETNOM KURIKULUMU

Vrednovanje

Vrednovanje je sistematično i kontinuirano prikupljanje podataka u procesu učenja i podrazumijeva utvrđivanje nivoa ostvarenosti odgojno-obrazovnih ishoda definisanih kurikulumom. Koristi se za gradiranje uspjeha učenika ali i kako bi im se pomoglo da poboljšaju uspjeh. Prilikom planiranja vrednovanja učeničkih postignuća nužno je uvažiti odgojno-obrazovne ishode i ciljeve predmeta.

Cijeli proces vrednovanja moraju pratiti i odgovarajuće metode podučavanja, što znači da sve mora biti međusobno usklađeno. Loš primjer bi bio da se prema nekom odgojno-obrazovnom ishodu očekuje da učenik može nešto analizirati, a da prilikom vrednovanja koristimo zadatke koji očekuju činjenično znanje.

Vrednovanje uključuje proces praćenje napredovanja, provjeravanja i ocjenjivanja ostvarenosti planiranih odgojno-obrazovnih ishoda. Praćenje obuhvaća sistemsko uočavanje, bilježenje i zapažanje o učenikovu radu i napredovanje u ostvarivanju planiranih odgojno-obrazovnih ishoda. Provjeravanje je mjerenje postignutog nivoa znanja iz matematike u školskom i izvanškolskom radu. Ocjenjivanje najčešće podrazumijeva brojčanu ili opisnu ocjenu na kraju perioda učenja. Potrebno je kontinuirano voditi evidenciju o nivou postignuća učenika. Svrha vrednovanja je da se utvrdi u kojoj mjeri su ostvareni odgojno-obrazovni ishodi učenja, odnosno da se utvrdi nivo obrazovnih postignuća učenika.

Oblici vrednovanja znanja, vještina i stavova učenika, s obzirom na osobu/instituciju koja provodi vrednovanje, mogu biti:

- vanjsko (eksterno) vrednovanje (npr. matura, PISA, TIMSS),
- unutrašnje (interno) vrednovanje (npr. NZOT),
- samovrednovanje,
- vršnjačko vrednovanje.

S obzirom na svrhu vrednovanja razlikujemo:

- dijagnostičko (inicijalni testovi npr. na početku školske godine),
- formativno (odvija se za vrijeme učenja i podučavanja, a rezultira kvalitativnom povratnom informacijom),
- sumativno (ukupno postignuće).

Prilikom donošenja odluke šta i kako treba vrednovati, potrebno je uzeti u obzir sljedeće:

- vrednovati šta učenik zna i kako razmišlja,
- ažurnost pisanja domaće zadaće,
- pratiti napredak učenika kao sastavni dio nastavnog procesa,
- postavljati zahtjeve koji traže poznavanje i povezivanje više matematičkih pojmova i postupaka,
- koristiti različite metode i postupke vrednovanja,
- uključivati i obavezne usmene odgovore i demonstraciju znanja pred tablom,
- pri rješavanju kompleksnih zahtjeva koristi različita pomoćna sredstva.

S druge strane, u ovom kontekstu potrebno je izbjegavati sljedeće:

- vrednovati šta učenik ne zna,
- postavljati zahtjeve koji traže primjenu samo jednog ili dva postupka,
- obraćati pažnju izolovanom poznavanju matematičkih pojmova i postupaka,
- koristiti isključivo pisane zadatke i testove,
- vrednovati broj tačno riješenih zadataka na pismenom ili broj tačnih odgovora na testu sa isključivim ciljem da se učeniku dodijeli brojčana ocjena,
- ograničavati korištenje pomoćnih sredstava.

Vrednovanje je neodvojivo od svih aktivnosti koje nastavnik izvodi u učionici. Učinkovito vrednovanje podrazumijeva prikupljanje raznovrsnih informacija do kojih se dolazi u svim fazama učenja i podučavanja, kao i samovrednovanje učenika i vršnjačko vrednovanje, koji su važan segment formativnog vrednovanja. Učenici sami vrednuju svoj rad, prepoznaju greške, odlučuju kako trebaju dalje učiti i sl. Vještina samovrednovanja se razvija tako što nastavnici aktivno uključuju učenike u proces vrednovanja tako što će vrednovati određene zadatke, prezentacije i sl. kako svoje tako i svojih kolega. Učenicima treba jasno objasniti šta se vrednuje u okviru nastavnog predmeta Matematika. Osnovu za vrednovanje čine ciljevi i odgovarajući odgojno-obrazovni ishodi. Za svaki element treba dati obrazloženje kako se vrednuje.

Elementi vrednovanja

Vrednovanje uključuje uravnoteženost upotrebe svih pristupa: dijagnostičkog, formativnog i sumativnog. Usmjereno je ka učenju, razvoju i jačanju učeničkog samopouzdanja te prema njegovanju matematičkih kompetencija. Shodno navedenom, učenička postignuća treba vrednovati kroz sljedeće elemente:

1. Razumijevanje matematičkih pojmova, postupaka i tvrdnji
Vrednuje se činjenično znanje, razumijevanje pojmova i tvrdnji, analiziranje i ispravno korištenje pravila.
2. Komuniciranje u matematici
Vrednuje se upotreba matematičkih simbola u usmenom i pismenom izražavanju, organizovanje informacije u logičnu cjelinu, predstavljanje podataka koristeći se različitim prikazima, verbalno izražavanje u toku razrednih rasprava koje pomažu razumijevanju, razmjeni ideja, strategija i rješenja.
3. Rješavanje problemskih situacija.
Vrednuje se analiziranje problema, logičko razmišljanje i zaključivanje, modeliranje problemske situacije matematičkim zakonitostima, uspješna primjena odgovarajuće metode za rješavanje problema te provjera rješenja.
4. Vrednovanje učeničkog rada
Vrednuje se učenički rad u pogledu estetskog i praktičnog rada, grafičkog prikaza, primjena materijala, alata, instrumenata i drugih pomagala.

Metode vrednovanja

Postoji usmeno i pismeno provjeravanje znanja, a pismene provjere mogu imati pitanja otvorenog tipa i pitanja zatvorenog tipa. Kod pismenih provjera, rezultate je moguće interpretirati na dva načina: kriterijski (unaprijed utvrđeni standardi i kriteriji) i normativno (postignuća učenika procjenjuju se na osnovu postignuća drugih učenika, a ne govori se o stvarnom znanju učenika). Osim pismenog i usmenog provjeravanja znanja, moguće je koristiti i neke druge vidove provjere znanja: projekti (koji nastaju kao rezultat projektne nastave), prezentacije (koje nastaju kao rezultat istraživanja određenih tema), učenički portfoliji (koji nastaju kao zbirka svih materijala na kojim je učenik radio), itd.

Nastavnik sam kreira svoj način vrednovanja tako da on bude u skladu sa odgojno-obrazovnim ishodima učenja, korištenim metodama i strategijama podučavanja. Pitanje/problem za provjeru znanja treba odražavati nivo odgojno-obrazovnih ishoda, što znači da su glagoli iz odgojno-obrazovnog ishoda smjernica za izbor sadržaja. Posebno treba biti oprezan kod kreiranja zadataka za mjerenje viših nivoa kognitivnih procesa i znanja. Ishode učenja trebaju pratiti odgovarajući kriteriji vrednovanja prema kojima možemo utvrditi da li su ostvareni.

Osim davanja brojčane ocjene, veoma je važno učenicima dati i povratnu informaciju o njihovim postignućima koja uz osvrt na određeni odgojno-obrazovni ishod ističe kako je vrednovanje izvršeno, šta je učenik odlično uradio, na čemu treba raditi i kako će postići uspjeh u tom segmentu/procesu. Kvalitetna povratna informacija omogućava učenicima da svjesno utiču na određene segmente svog učenja, te tako poprave uspjeh. Učenici također prate i regulišu svoje učenje, služe se metodama samovrednovanja i vršnjačkog vrednovanja pomoću rubrika, lista samoprocjene i/ili dnevnikom učenja, pri čemu mogu procjenjivati svoje učenje pomoću istih kriterija kao i nastavnici. U nastavi Matematike u svrhu formativnog vrednovanja koriste se tablice organizovane u četiri dimenzije (četiri elementa ili kriterija vrednovanja): razumijevanje matematičkih pojmova, postupaka i tvrdnji, komuniciranje u matematici, rješavanje problemskih situacija, te vrednovanje učeničkog rada pri čemu se kvaliteta ostvarenih ishoda učenja vrednuje u četiri nivoa: napredni, srednji, osnovni nivo i potrebna podrška.

G/PROFIL I STRUČNA SPREMA NASTAVNIKA

1. OSNOVNA ŠKOLA

a) Razredna nastava

Poslove nastavnika u razrednoj nastavi u osnovnoj školi može obavljati:

1. Lice koje ispunjava uvjete predviđene Zakonom.
2. Osim uvjeta iz prethodnog stava navedene poslove može obavljati lice koje je završilo integrirani preddiplomski i diplomski univerzitetski studij za učitelja / nastavnika ili diplomski univerzitetski studij za učitelja/nastavnika na kojem se stječe najmanje 240 ECTS bodova, a što uključuje i potrebno pedagoško-psihološko i didaktičko-metodičko obrazovanje.:
 - nastavnik/profesor razredne nastave,
 - bachelor/magistar razredne nastave,
 - dvopredmetni studij, ako je ravnopravno u diplomi naznačena i razredna nastava.

(- Nastavni plan i program (od I do V razreda devetogodišnje osnovne škole) za škole koje nastavu realiziraju na bosanskom jeziku, 2012.

- Izmjene i dopune nastavnih planova i programa za devetogodišnje osnovne škole koje nastavu realiziraju na bosanskom jeziku u Srednjobosanskom kantonu, broj 01-34-76/2021)

b) Predmetna nastava

- Nastavu muzičke kulture od 6. do 9. razreda mogu izvoditi lica koja su završila odgovarajući fakultet:
- Nastavu matematike od 6. do 9. razreda mogu izvoditi lica koja su završila odgovarajući fakultet:
 - nastavnik/profesor matematike,
 - bachelor/magistar matematike, nastavnički smjer,
 - nastavnički smjer gdje je matematika glavni ili ravnopravan predmet, ako je to naznačeno u diplomi ili obrazovnoj ispravi,
 - diplomirani matematičar/ diplomirani inženjer/ magistar matematike/primjenjene matematike s položenom pedagoško-psihološkom i metodičkom grupom predmeta.

(Izmjene i dopune nastavnih planova i programa za devetogodišnje osnovne škole koje nastavu realiziraju na bosanskom jeziku u Srednjobosanskom kantonu, broj 01-34-76/2021)

2. GIMNAZIJA

Nastavu iz predmeta Matematike mogu izvoditi nastavnici koji su završili:

- Prirodno – matematički fakultet (nastavnički smjer), grupa Matematika ili grupa gdje je matematika glavni ili ravnopravni predmet u dvopredmetnoj grupi, ako je naznačeno u diplomi ili drugoj javnoj ispravi. (NPP 1999.)
- Filozofski fakultet, grupa Matematika ili grupa Matematika – Fizika ili grupa Matematika u dvopredmetnoj grupi, ako je to naznačeno u diplomi ili u drugoj javnoj ispravi. (NPP 1999.)
- Nastavu iz ovog nastavnog predmeta mogu izvoditi lica sa završenim II (drugim) ciklusom odgovarajućeg studija visokog obrazovanja (diplomski studij), sa akademskom titulom i stručnim zvanjem Magistra za određenu oblast kojim stiče 300 ECTS bodova. (Akt Ministarstva od 29.12.2009. godine)
- Ukoliko lice iz prethodnog stava u toku studija nije polagalo ispit iz pedagoško – psihološko – metodičke grupe predmeta, dužno je ove ispite položiti u roku od godine dana od dana stupanja na posao. (Akt Ministarstva od 29.12.2009. godine).

(Prijedlog profila stručne spreme u ZDK nalazi se u tekstu ispod)

- Nastavu matematike mogu izvoditi lica koja su završila odgovarajući četverogodišnji studij i stekla zvanje:
 - profesor matematike,
 - profesor matematike s fizikom,
 - profesor matematike i informatike,
 - matematika - opšti smjer primijenjene matematike - diplomirani matematičar sa položenom pedagoško-psihološko-didaktičko-metodičkom grupom predmeta,
 - matematika - opšti smjer teorijske matematike - diplomirani matematičar sa položenom pedagoško-psihološko-didaktičko-metodičkom grupom predmeta.
- Nastavu matematike mogu izvoditi i lica sa završenim:
 - II (drugim) ciklusom odgovarajućeg studija visokog obrazovanja u trajanju od jedne godine (60 ECTS bodova) ili dvije godine (120 ECTS bodova) – ukupno 300 ECTS bodova sa bodovima prvog ciklusa, koja su stekla akademsku titulu i zvanje magistra ili ekvivalenta za određenu oblast,
 - III (trećim) ciklusom odgovarajućeg studija visokog obrazovanja u trajanju od tri (3) godine (180 ECTS bodova) koja su stekla titulu i naučno zvanje doktora ili ekvivalenta za određenu oblast.

Lica koja u toku studija nisu polagala ispite iz pedagoško-psihološko-didaktičko-metodičke grupe predmeta, dužna su ove ispite položiti u roku od godinu dana od dana stupanja na posao nastavnika.

